MUKAVEMET II

Ara Sınav 2, 26 Nisan 2012

Ad Soyad :

No :

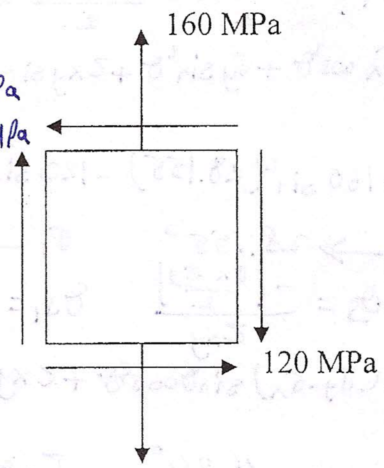
SORU 1. Bir noktadaki gerilme durumu şekilde gösterilmiştir. Bu noktada
a) Asal gerilmeleri
b) En büyük düzlem içi kayma gerilmesini ve ortalama normal gerilmeyi bulunuz.

Her iki durum için eleman doğrultularını bulunuz. Şekil çizerek gösteriniz.

$\sigma_x = 0$

$\sigma_y = 160$ MPa

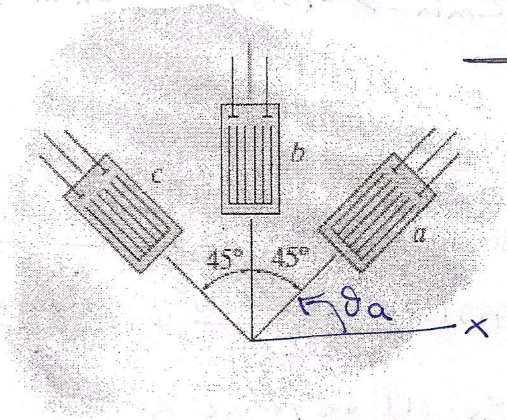
$\tau_{xy} = -120$ MPa



SORU 2. Şekildeki 45° 'lik gerinim pulu çelik bir şaftın üzerine tutturulmuştur. Her bir gerineçten (straingage) aşağıdaki değerler okunmuştur. $\varepsilon_a = 300(10^{-6})$, $\varepsilon_b = -250(10^{-6})$ $\varepsilon_c = -450(10^{-6})$

Bu durumda
a) Düzlem içi asal gerinimleri
b) En büyük düzlem içi kayma gerinimi ve ortalama normal gerinimi bulunuz.

Her iki durum için gerinimler nedeniyle oluşan deformasyonları elemanlar üzerinde gösteriniz.

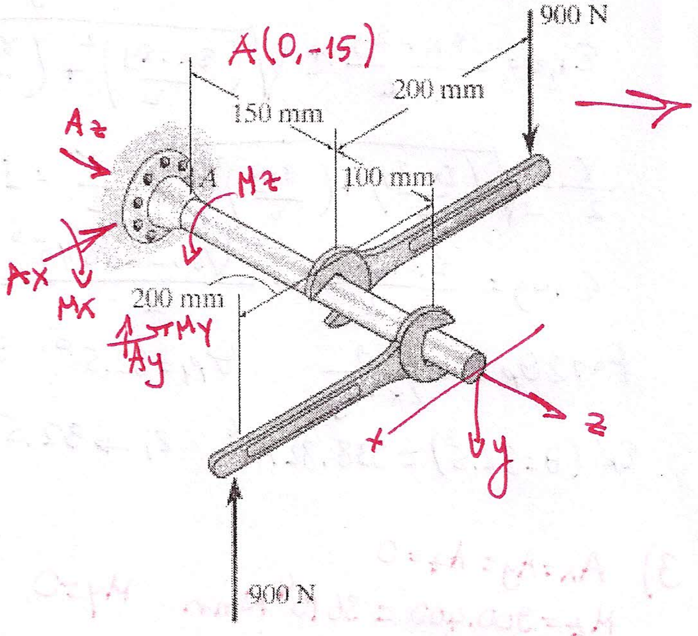


$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$$

SORU 3. Dış çapı 30 mm, iç çapı 20 mm olan şekildeki A-36 çeliğinden yapılmış boru için A noktasında akmaya karşı emniyet katsayısını

a) En büyük kayma gerilmesi teorisini (Tresca)
b) En büyük biçim değiştirme enerjisi teorisini (von Mises)

kullanarak bulunuz. ($\sigma_{Ak} = 250\,MPa$)



$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

1) a) $\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} = \frac{0+160}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0-160}{2}\right)^2+120^2} = 80 \pm 144.222$

$\sigma_1 = 224.222\,MPa \qquad \sigma_2 = -64.222\,MPa$

Düzlem içi (inplane) $\qquad \tau_{\substack{max\\min}} = \pm 144.222\,MPa$

$\sigma_{ort} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} = \frac{160+0}{2} = 80\,MPa$

$\sigma_x' = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta \qquad \tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)} \qquad 2\theta_{p_1} = 56.309^\circ,\ \theta_{p_1} = 28.155^\circ$

$\theta_{p_2} = 90^\circ + \theta_{p_1} = 118.155^\circ$

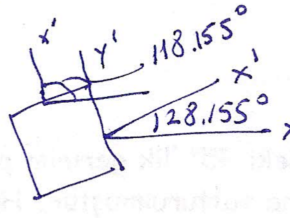
$\sigma_x' = 160\sin^2(28.155) - 120\sin(56.309) = -64.222\,MPa$

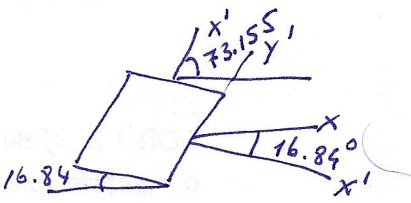
$\sigma_2 \rightarrow 28.155^\circ \qquad \sigma_1 \rightarrow 118.155^\circ$

$\tan 2\theta_s = \frac{-\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)}{\tau_{xy}} \qquad \theta_{s_1} = -16.84^\circ \qquad \theta_{s2} = 73.155^\circ$

$\tau_{x'y'} = (\sigma_y-\sigma_x)\sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = (160-0)\sin(-16.84)\cos(-16.84) - 120\left[\cos^2(-16.84) - \sin^2(-16.84)\right] = -144.222$

$\tau_{min} \rightarrow -16.84^\circ \qquad \tau_{max} \rightarrow 73.155^\circ$





2) $\varepsilon_y = \varepsilon_b$

$300\,10^{-6} = \frac{\varepsilon_x - 250\,10^{-6}}{2} + \frac{\varepsilon_x + 250\,10^{-6}}{2}\cos 90 + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 90 \quad (1)$

$-450\,10^{-6} = \frac{\varepsilon_x - 250\,10^{-6}}{2} + \frac{\varepsilon_x + 250\,10^{-6}}{2}\cos 270 + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 270 \quad (2)$

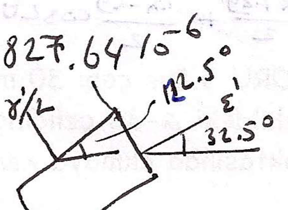
(1)+(2)'den $\varepsilon_x = 100\,10^{-6}$

ε_x (1)'de yerine konursa $\gamma_{xy} = 750\,10^{-6}$

$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} = (-75 \pm 413.82)\,10^{-6} \qquad \varepsilon_1 = 338.82\,10^{-6}$

$\varepsilon_2 = -488.82\,10^{-6}$

$\frac{\gamma}{2} = \pm\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \qquad \frac{\gamma}{2} = \pm 413.82\,10^{-6} \qquad \gamma = \pm 827.64\,10^{-6}$

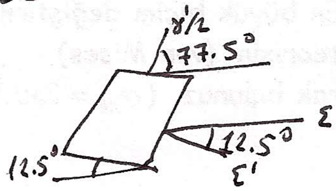


$\varepsilon_{avg} = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} = \frac{(100-250)10^{-6}}{2} = -75\,10^{-6}$

$\tan 2\theta_p = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x-\varepsilon_y} \qquad \theta_{p_1} = 32.5^\circ \qquad \theta_{p_2} = 122.5^\circ$

$\tan 2\theta_s = -\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{\gamma_{xy}} \qquad \theta_{s_1} = -12.5^\circ \qquad \theta_{s_2} = 77.5^\circ$

$\varepsilon_x'(\theta = 32.5^\circ) = 338.82\,10^{-6} \qquad \varepsilon_1 \rightarrow 32.5^\circ \qquad \varepsilon_2 \rightarrow 122.5^\circ$



3) $A_x = A_y = A_z = 0$

$M_z = 900.400 = 36\,10^4\,Nmm \qquad M_y = 0 \qquad M_x = 900.100 = 9\,10^4\,Nmm$

$I_x = \frac{\pi}{64}(30^4 - 20^4) = 31906.8\,mm^4 \qquad I_o = 2I_x = 63813.6\,mm^4$

$\sigma = \frac{M_x}{I_x}y - \frac{M_y}{I_y}x = \frac{9\,10^4}{31906.8}(-15) - 0 = -42.31\,MPa \qquad \tau = \frac{M}{I_o}c = \frac{36\,10^4}{63813.6}(+15) = 84.62\,MPa$

$\sigma_{1,2} = \frac{-42.31+0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-42.31-0}{2}\right)^2 + (84.62)^2} = -21.155 \pm 87.224 \qquad \sigma_1 = 66.07\,MPa$

$\sigma_2 = -108.38\,MPa$

$\sigma_1 - \sigma_2 < \sigma_{AK} \qquad 174.45 < 250 \qquad \frac{250}{174.45} = 1.43\ ; \qquad \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 < \sigma_{AK}^2 \qquad 152.55 < 250 \qquad \frac{250}{152.55} = 1.64$