

Eşzamanlı (Senkron) Ardışıl Devreler (Synchronous Sequential Circuits)

Ardışıl (*sequential*) devrelerde çıkış değeri, hem girişlerden gelen değerlere hem de devrenin "durumuna" bağlıdır.

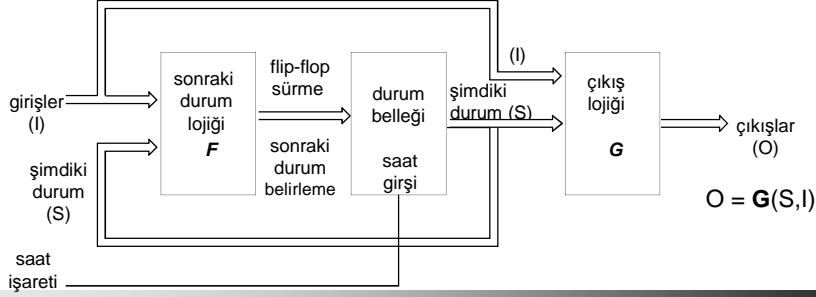
Sonlu durumlu makine (*finite durum machine*) modeline göre oluşturulan bu devrelerde durum bilgileri belleklerde (flip-floplarda) tutulur.

Tüm flip-floplar aynı saat işareti ile eşzamanlı tetiklenirler (senkron). Buna göre makine sadece saat işaretinin etkin geçişlerinde durum değiştirebilir.

Eşzamanlı ardışıl devreler iki farklı modele göre tasarlanabilir.

a) Mealy Modeli (*George H. Mealy, bilgisayar bilimleri, ABD*)

Bu modelde çıkışlar hem o andaki girişlerin hem de o andaki durumun fonksiyonudur.



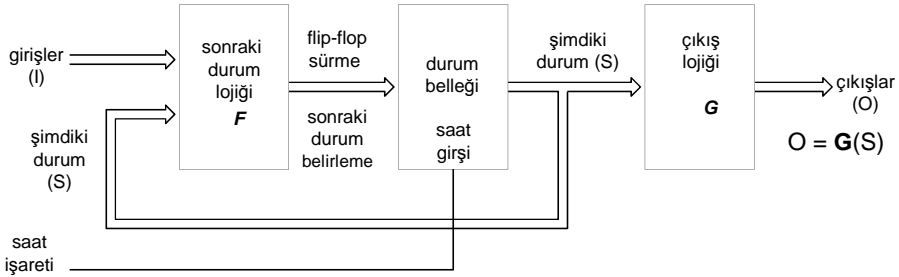
b) Moore Modeli

Edward Forrest Moore (1925-2003) Matematik, bilgisayar bilimleri, ABD

Bu modelde çıkışlar sadece durumların bir fonksiyonudur.

Girişlerdeki değerler sadece sonraki durumu belirler.

Durum bilgisi de çıkıştaki değeri belirler.



Bir modele göre tasarlanmış olan bir devreyi diğer modele dönüştürmek mümkündür.

Bir çok devreyi hem Mealy hem de Moore modeline göre tasarlamak mümkündür.

Eşzamanlı ardışıl devrelerin çözümlenmesi (Analiz)

Bir ardışıl devrenin tasarlanıp gerçekleşmesi konusundan önce tasarlanmış olan bir devrenin nasıl çözümleneceği incelenecektir.

Hatırlatma: Mealy modelinde bir devrenin gerçekleşmesi aşağıda gösterilmiş olan F (sonraki durum) ve G (çıkış) fonksiyonlarının gerçekleşmesi anlamına gelmektedir. (Bkz. 7.1)

$S^+ = F(S,I)$ S: Şimdiki durumlar (*Durum*), S⁺: Sonraki durumlar
 $O = G(S,I)$ I: Girişler (*Input*), O : Çıkışlar (*Çıkış*)

Bir ardışıl devrenin çözümlenmesi (analiz edilmesi) demek, F ve G fonksiyonları şeklinde verilmiş bir devrenin "ne yaptığının" belirlenmesi demektir.

Çözümleme 3 adımdan oluşur:

1. Devrenin çiziminden F (sonraki durum) ve G (çıkış) fonksiyonlarının ifadeleri bulunur.
2. F ve G fonksiyonları kullanılarak olası tüm girişler ve şimdiki durumlar için makinenin hangi durumlara geçeceği (sonraki durumlar) ve hangi çıkışları üreteceği bir tablo halinde yazılır. Bu tabloya durum/çıkış tablosu denir.
3. Makinenin işlevini daha iyi görebilmek için durum geçişlerini ve çıkışları grafik olarak gösteren durum geçiş diyagramı çizilir.

Sonraki Durumların Bulunması:

F fonksiyonu, flip-flopların girişlerine gelecek olan sürücü değerleri belirler.

Bu giriş değerleri ise bir saat darbesi sonra flip-flopun içeriğinin hangi değeri alacağını (sonraki durumu) belirler.

Gelen giriş değerlerine göre flip-flopun içeriğinin nasıl değişeceğini hesaplamak için flip-flopların karakteristik fonksiyonlarını bilmek gerekir.

Flip-flopların karakteristik fonksiyonları:

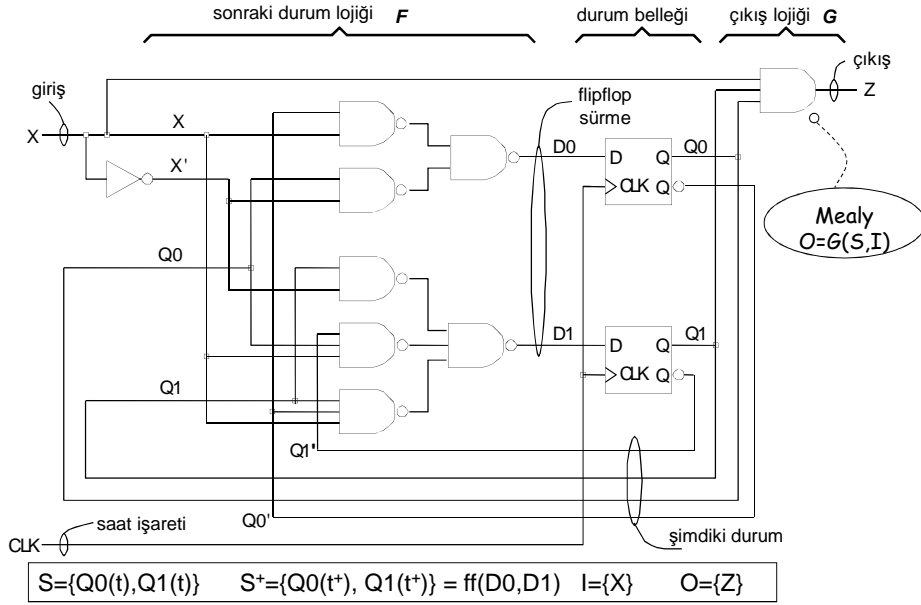
$$\text{SR FF: } Q(t+1) = S + R' \cdot Q(t), \quad \text{SR}=0$$

$$\text{JK FF: } Q(t+1) = J \cdot Q(t)' + K' \cdot Q(t)$$

$$\text{D FF: } Q(t+1) = D$$

$$\text{T FF: } Q(t+1) = T \oplus Q(t)$$

Örnek: Aşağıda çizimi verilmiş olan eşzamanlı ardışıl devreyi çözümlünüz.



1. F fonksiyonunun ifadesi belirlenir.

$$D_0 = Q_0 \cdot X' + Q_0' \cdot X$$

$$D_1 = Q_1 \cdot X' + Q_1' \cdot Q_0 \cdot X + Q_1 \cdot Q_0' \cdot X$$

2. Sonraki durumlar $S^+ = \{Q_0(t^+), Q_1(t^+)\}$ hesaplanır

$$Q_0^+ = D_0 \quad (\text{D tipi FF karakteristik fonksiyonu})$$

$$Q_1^+ = D_1 \quad (\text{D tipi FF karakteristik fonksiyonu})$$

$$Q_0^+ = Q_0 \cdot X' + Q_0' \cdot X$$

$$Q_1^+ = Q_1 \cdot X' + Q_1' \cdot Q_0 \cdot X + Q_1 \cdot Q_0' \cdot X$$

3. Durum geçiş tablosu (*Durum transition table*) oluşturulur.

		Girişler	
		X=0	X=1
Şimdiki Durumlar	Q1Q0=00	00	01
	Q1Q0=01	01	10
	Q1Q0=10	10	11
	Q1Q0=11	11	00

Sonraki Durumlar

Tabloyu daha anlaşılır hale getirmek için durum kodlarına simgeler karşı düşürülür.

00: A

01: B

10: C

11: D

		S ⁺	
		X=0	X=1
S	A	A	B
	B	B	C
	C	C	D
	D	D	A

S: Şimdiki durum S⁺: Sonraki durum Q1 ve Q0: Durum değişkenleri

4. Çıkış fonksiyonunu G' 'nin ifadesi belirlenir.

$$Z = Q_1 \cdot Q_0 \cdot X \quad (\text{Mealy modeli, çünkü çıkış hem duruma hem de girişe bağlı})$$

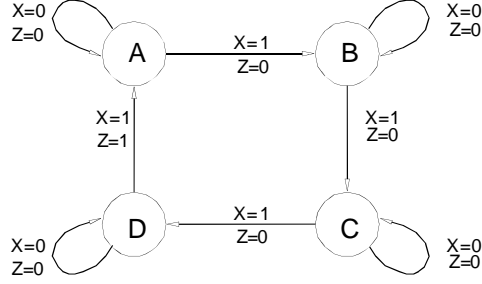
5. Durum/Çıkış tablosu oluşturulur.

S ⁺ , Z	X	
	0	1
A	A, 0	B, 0
B	B, 0	C, 0
C	C, 0	D, 0
D	D, 0	A, 1

Tablonun Okunması:

Makine A durumundayken girişten 1 gelirse çıkış 0 olur, saat işaretinden sonra makine B durumuna geçer.

Bu tablo sonlu durumlu makinenin davranışını göstermektedir. Bu davranış görsel olarak durum diyagramları ile de gösterilebilir.



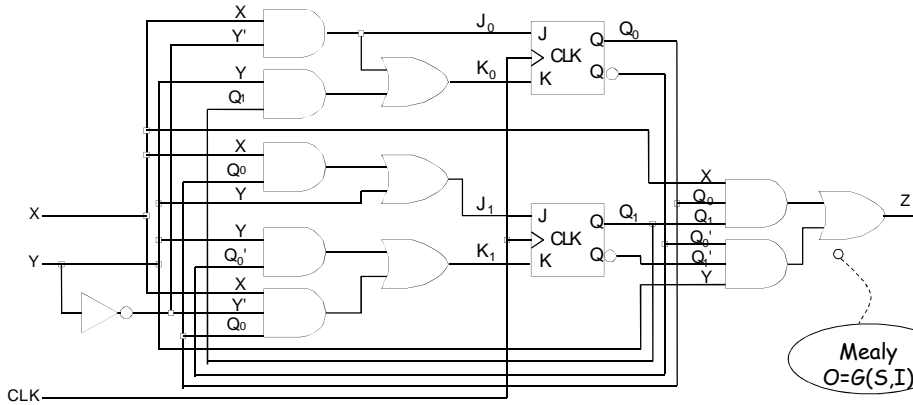
Makinenin davranışının sözle ifade edilmesi: A durumu başlangıç durumu olarak ele alınıp diyagram incelendiğinde, bu devrenin girişine 4'ün katları kadar "1" geldiğinde devrenin çıkışının "1" olduğu, aksi durumlarda ise "0" olduğu görülür.

JK Flip-flopları ile tasarlanmış bir senkron ardışıl devrelerin çözümlenmesi

Bir önceki örnekten farklı olarak, burada sonraki durum değerleri Q_i^+ belirlenirken JK flip-flopunun karakteristik fonksiyonu kullanılacaktır.

Hatırlatma: $Q^+ = J \cdot Q' + K' \cdot Q$

Örnek:



1. Flip-flopların girişlerini süren F fonksiyonu:

$$J0 = X \cdot Y'$$

$$K0 = X \cdot Y' + Y \cdot Q1$$

$$J1 = X \cdot Q0 + Y$$

$$K1 = Y \cdot Q0' + X \cdot Y' \cdot Q0$$

2. Sonraki durumlar $S^+ = \{Q0(t^+), Q1(t^+)\}$ hesaplanır.

$$Q0^+ = J0 \cdot Q0' + K0' \cdot Q0 \quad (\text{JK tipi FF karakteristik fonksiyonu})$$

$$Q0^+ = X \cdot Y' \cdot Q0' + (X \cdot Y' + Y \cdot Q1)' \cdot Q0$$

$$Q0^+ = X \cdot Y' \cdot Q0' + X' \cdot Y' \cdot Q0 + X' \cdot Q1' \cdot Q0 + Y \cdot Q1' \cdot Q0$$

$$Q0^+ = X \cdot Y' \cdot Q0' + X' \cdot Y' \cdot Q0 + Y \cdot Q1' \cdot Q0 \quad (\text{sadeleştirme})$$

$$Q1^+ = J1 \cdot Q1' + K1' \cdot Q1 \quad (\text{JK tipi FF karakteristik fonksiyonu})$$

$$Q1^+ = (X \cdot Q0 + Y) \cdot Q1' + (Y \cdot Q0' + X \cdot Y' \cdot Q0)' \cdot Q1$$

$$Q1^+ = X \cdot Q1' \cdot Q0 + Y \cdot Q1' + X' \cdot Y' \cdot Q1 + Y' \cdot Q1 \cdot Q0' + X' \cdot Q1 \cdot Q0 + Y \cdot Q1 \cdot Q0$$

$$Q1^+ = X \cdot Q1' \cdot Q0 + Y \cdot Q1' + Y \cdot Q0 + X' \cdot Q1 \cdot Q0 + Y' \cdot Q1 \cdot Q0' \quad (\text{sadeleştirme})$$

3. Çıkış fonksiyonunun ifadesi belirlenir.

$$Z = X \cdot Q1 \cdot Q0 + Y \cdot Q1' \cdot Q0'$$

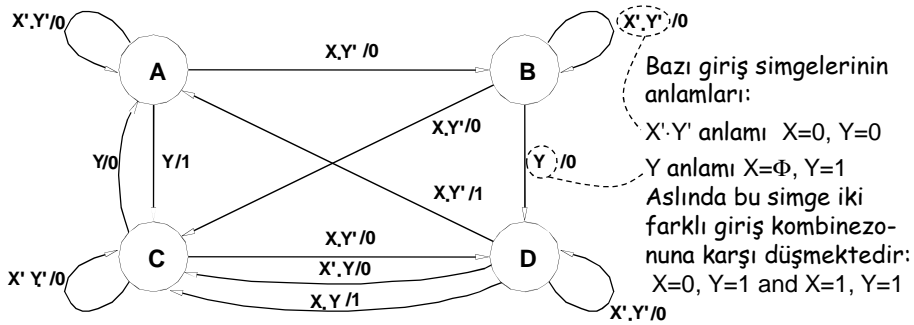
Durum/Çıkış Tablosu:

 $Q1^+ Q0^+, Z$

Q1Q0	XY			
	00	01	10	11
00	00,0	10,1	01,0	10,1
01	01,0	11,0	10,0	11,0
10	10,0	00,0	11,0	00,0
11	11,0	10,0	00,1	10,1

 S^+, Z

S	XY			
	00	01	10	11
A	A,0	C,1	B,0	C,1
B	B,0	D,0	C,0	D,0
C	C,0	A,0	D,0	A,0
D	D,0	C,0	A,1	C,1

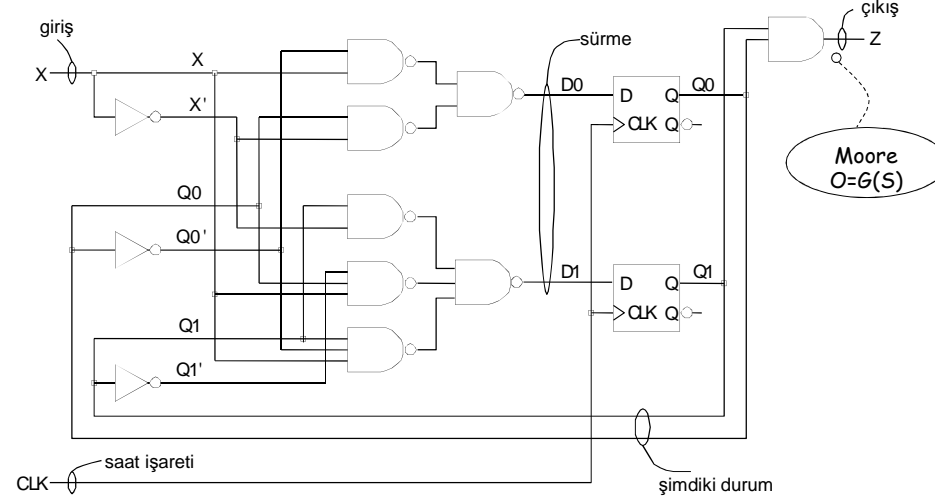


Moore modeline göre tasarlanmış bir ardışıl devrenin çözümlenmesi:

Önceki örneklerde çözümlenen devreler Mealy modeline göre tasarlanmıştı.

Aşağıdaki örnekte verilen devre ise Moore modeline göre tasarlanmıştır.

Görüldüğü gibi Z çıkışı sadece durumlara (Q1,Q0) bağlıdır.



Moore modeline göre tasarlanmış makinelerin çözümlenmesi Mealy modeli ile büyük ölçüde aynıdır. Sadece çıkış tablosu ve durum geçiş diyagramının oluşturulması farklıdır.

1. Flip-flopları süren F fonksiyonunun ifadesi belirlenir.

$$D0 = Q0 \cdot X' + Q0' \cdot X$$

$$D1 = Q1 \cdot X' + Q1' \cdot Q0 \cdot X + Q1 \cdot Q0' \cdot X$$

2. Sonraki durumlar $S^+ = \{Q0(t^+), Q1(t^+)\}$ hesaplanır

$$Q0^+ = D0$$

$$Q1^+ = D1$$

$$Q0^+ = Q0 \cdot X' + Q0' \cdot X$$

$$Q1^+ = Q1 \cdot X' + Q1' \cdot Q0 \cdot X + Q1 \cdot Q0' \cdot X$$

3. Durum geçiş tablosu oluşturulur.

Q1 ⁺ Q0 ⁺		X	
		0	1
Q1Q0	00	00	01
	01	01	10
	10	10	11
	11	11	00

Durum kodlarına simgeler karşı düşürülür.

S ⁺		X	
		0	1
S	A	A	B
	B	B	C
	C	C	D
	D	D	A

S: Şimdiki durum S⁺: Sonraki durum Q1 ve Q0: Durum değişkenleri

4. Çıkış fonksiyonunun ifadesi belirlenir.

$$Z = Q1 \cdot Q0 \quad (\text{Moore modeli; çıkış sadece durum değişkenlerine bağlı})$$

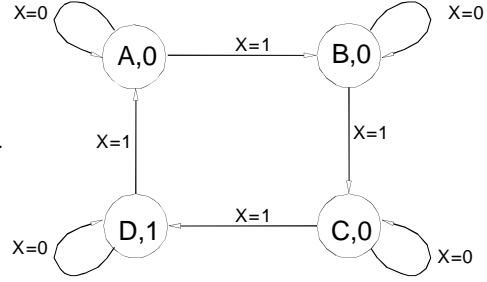
5. Durum/Çıkış tablosu oluşturulur.

S ⁺ \ X	0	1	Z
A	A B	0	
B	B C	0	
C	C D	0	
D	D A	1	

Moore modelinde çıkış sadece durumların bir fonksiyonu olduğu için tablonun her satırına bir çıkış değeri yazılır.

Bu değer, makinenin çıkışının, o satırdaki duruma gelindiğinde alacağı değerdir.

Moore modelinde durum geçiş diyagramı çizilirken çıkış değerleri durumların içine yazılır.



Mealy ve Moore Modellerinde Çıkışların Yorumlanması

Mealy ve Moore modellerinde çıkıştaki değer hangi anda geçerli olacağı (çıkışın ne zaman örnekleneceği) farklılık göstermektedir.

Mealy Modeli:

Mealy modelinde çıkış girişlere de bağlı olduğundan girişteki değer değiştiği anda çıkıştaki değer de değişir.

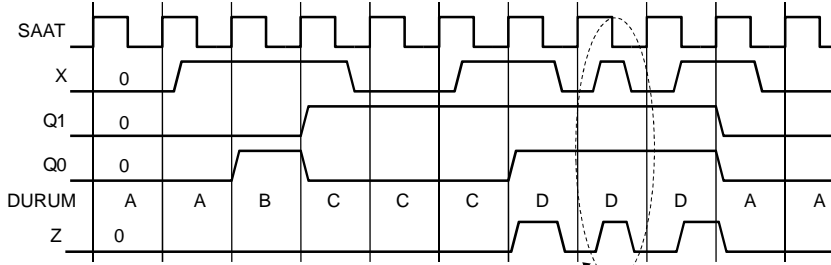
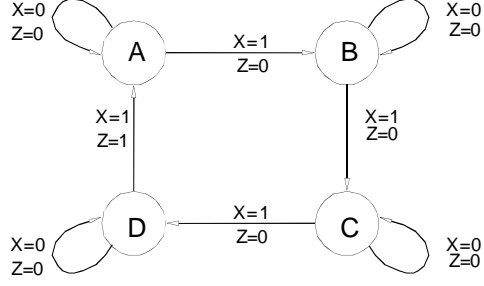
Buna göre Mealy modeli ile tasarlanan bir makine şu şekilde çalışır:

1. Girişlere (I) değer verilir.
2. Çıkışların değeri, giriş ve o andaki durumun bir fonksiyonu olarak belirlenir. $O=G(S,I)$
3. Saat işareti etkin olur. Örneğin çıkan kenar oluşur.
4. Yeni duruma geçilir. Yeni durum, girişin ve o andaki durumun fonksiyonu olarak belirlenir. $S^+=F(S,I)$

Örnek: Yanda durum geçiş diyagramı verilen ve Mealy modeline göre tasarlanmış olan ardışıl devrenin zamanlama diyagramı aşağıda gösterilmiştir.

Durum Kodlaması:

Q_1, Q_0
 00 : A
 01 : B
 10 : C
 11 : D



Giriş değiştiği anda çıkış da değişmektedir.

Moore Modeli:

Moore modelinde çıkışın değeri sadece durum değişkenlerine bağlı olduğundan girişteki değerin değişimi çıkışı hemen etkilemez.

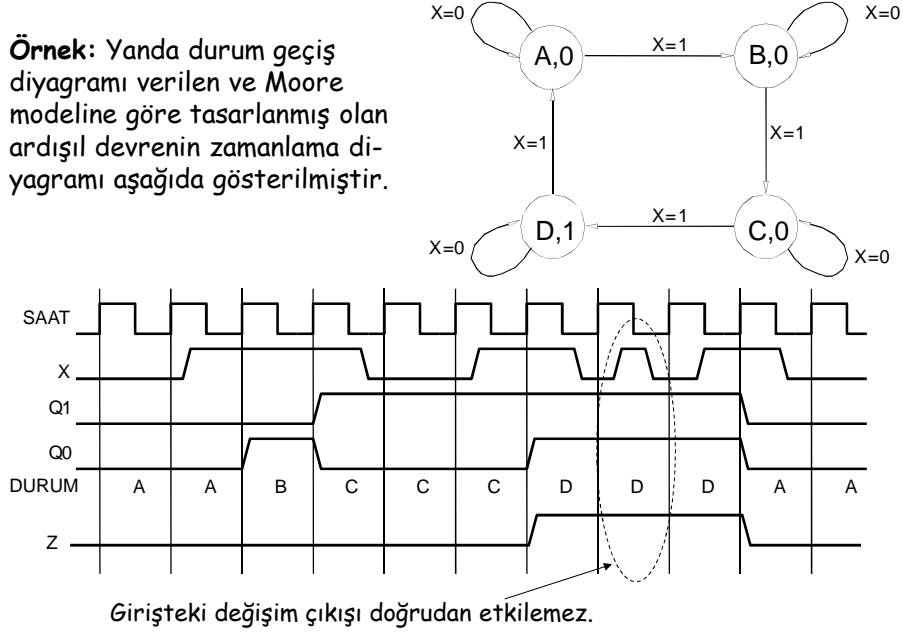
Girişteki değerin çıkış üzerindeki etkisi ancak durum değiştikten sonra görülür.

Buna göre Moore modeli ile tasarlanan bir makine şu şekilde çalışır:

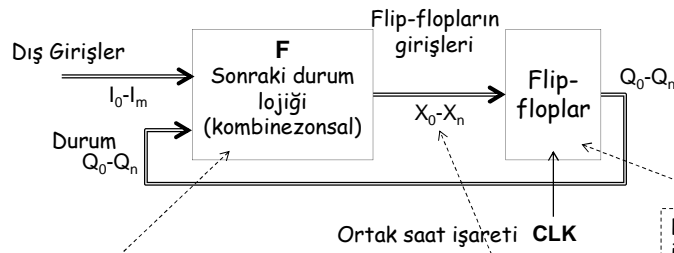
1. Girişlere (I) değer verilir.
2. Saat işareti etkin olur. Örneğin çıkan kenar oluşur.
3. Yeni duruma geçilir. Yeni durum, girişin ve o andaki durumun fonksiyonu olarak belirlenir. $S^+ = F(S, I)$
4. Çıkışların değeri, **yeni durumun** bir fonksiyonu olarak belirlenir. $O = G(S)$

Görüldüğü gibi bu modelde girişlerdeki değişimin çıkıştaki etkisi bir saat darbesi sonra görülür.

Örnek: Yanda durum geçiş diyagramı verilen ve Moore modeline göre tasarlanmış olan ardışıl devrenin zamanlama diyagramı aşağıda gösterilmiştir.



Saat İşaretinin (Clock Signal) İşlevi



Bu devrenin **propagasyon gecikmesi** vardır. Çıkış değerleri her zaman geçerli değildir. Ayrıca (*hazard*) sorunları da oluşabilir.

Saat işareti etkin olduğunda (örneğin çıkan kenar) bu değerler kararlı ve geçerli olmalı

Flip-flopların da iç gecikmeleri vardır. Kurma zamanı, tutma zamanı

- Saat işaretinin hızı (periyodu) F devresindeki en büyük gecikmeye (en uzun yol) göre belirlenir.
- Saat işareti etkin olmadan önce (örneğin çıkan kenar gelmeden önce) F devresi işini bitirmeli ve flip-flopların girişleri kararlı ve geçerli olmalı.
- F devresindeki olası kazalar da (*hazards*) saat işareti etkin olmadan önce sonlanmış olmalıdır.

Saat işaretinin hızının (periyot) belirlenmesi

