

II- Çok uçlu direnç, endüktans, kapasite bağımsız akım ve gerilim kaynaklarının oluşmuş devrelerde durum denklemlerinin elde edilmesi

Yöntem:

1. Adım: Uygun Ağaç Seçimi

Bir önceki durumdaki adımlar atılmadan önce

- Devrede bulunan çok uçluların yazılabilen tüm uç denklemlerini gözönüne alınız
- Her bir denklem için gerilim büyüklüğüne karşı gelen ucu grafa dal olarak , akım büyüklüğüne karşı gelen ucu grafa giriş elemanı olarak yerleştiriniz.

Bir önceki durumdaki adımları izleyerek ağacı belirleyiniz.

Farklı uç denklemlerinden hangisi daha fazla durum değişkeni veriyorsa o duruma ilişkin ağacı uygun ağaç olarak seçiniz.

Diğer Adımlar: devrede 2-uçlu direnç elemanı, kapasite, endüktans ve bağımsız kaynaklar varken ki durum ile aynı

2. Mertebeden Diferansiyel Denklemlerin Çözümü

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u, \quad x(t_0) = x_0$$

$$x' = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0$$

Çözüm, 1. mertebeden diferansiyel denklemlerin çözümlerine benzer şekilde

$$x_T(t) = x_h(t) + x_{\text{özel}}(t)$$

Homojen kısım:

$$x' = Ax, \quad x(t_0) = x_0$$

$$x_h(t) = Se^{\lambda t} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} e^{\lambda t} \leftarrow \text{Çözüm Tahmini}$$

$$\lambda Se^{\lambda t} = ASe^{\lambda t}$$

$$\lambda S = AS$$

$$[\lambda I - A]S = 0 \leftarrow$$

belirlememiz gereken kaç büyüklük var?

sıfırdan farklı çözüm erin olması nasıl mümkün olur?

$$\det[\lambda I - A] = 0 \rightarrow \lambda^2 + a\lambda + b = 0 \quad \text{Karakteristik Denklem}$$

Karakteristik denklemin kökleri: λ_1, λ_2 özdeğerler

Belirlememiz gereken S özvektör

Hangi uzayın elemanı?
O uzaya ait neyi belirlersek aradığımızı bulmuş oluruz?

$$[\lambda_1 I - A]S_1 = 0 \quad \lambda_1 \text{ 'e ilişkin özvektör}$$

$$[\lambda_2 I - A]S_2 = 0 \quad \lambda_2 \text{ 'e ilişkin özvektör}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = c_1 V_1 \\ S_2 = c_2 V_2 \end{array} \right\} x_h(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} V_1 & e^{\lambda_2 t} V_2 \end{bmatrix}}_{M(t)} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = M(t) \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$M(t)$
Temel Matris

Özel çözüm:

$$x_{\text{özel}}(t) = \begin{bmatrix} x_{1\text{özel}}(t) \\ x_{2\text{özel}}(t) \end{bmatrix}$$

Nasıl
belirleyeceğiz?

Tam çözüm:

$$x(t) = M(t)C + x_{\text{özel}}(t)$$

$$x(t_0) = M(t_0)C + x_{\text{özel}}(t_0) \rightarrow C = M(t_0)^{-1} [x(t_0) - x_{\text{özel}}(t_0)]$$

$$x(t) = M(t)M^{-1}(t_0) [x(t_0) - x_{\text{özel}}(t_0)] + x_{\text{özel}}(t)$$

$$x(t) = \underbrace{M(t)M^{-1}(t_0)}_{\Phi(t)} [x(t_0) - x_{\text{özel}}(t_0)] + x_{\text{özel}}(t)$$

$\Phi(t)$

Durum Geçiş
Matrisi

$$x(t) = \Phi(t)x(t_0) + x_{\text{özel}}(t) - \Phi(t)x_{\text{özel}}(t_0)$$

$$x(t) = \underbrace{\Phi(t)x(t_0)}_{\text{öz çözüm}} + \underbrace{x_{\text{özel}}(t) - \Phi(t)x_{\text{özel}}(t_0)}_{\text{zorlanmış çözüm}}$$

öz çözüm

zorlanmış
çözüm

$$x(t) = \underbrace{e^{At}x(t_0)}_{\text{öz çözüm}} + \underbrace{\int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau}_{\text{zorlanmış çözüm}}$$

öz çözüm

zorlanmış
çözüm