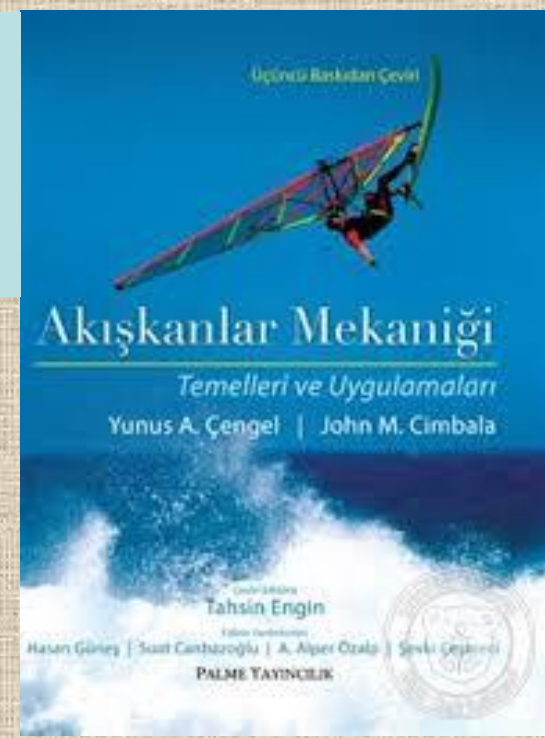


**Akışkanlar Mekaniği: Temelleri ve Uygulamaları**

**3'üncü Baskıdan Çeviri**

**Yunus A. Cengel, John M. Cimbala**

**McGraw-Hill, 2014**

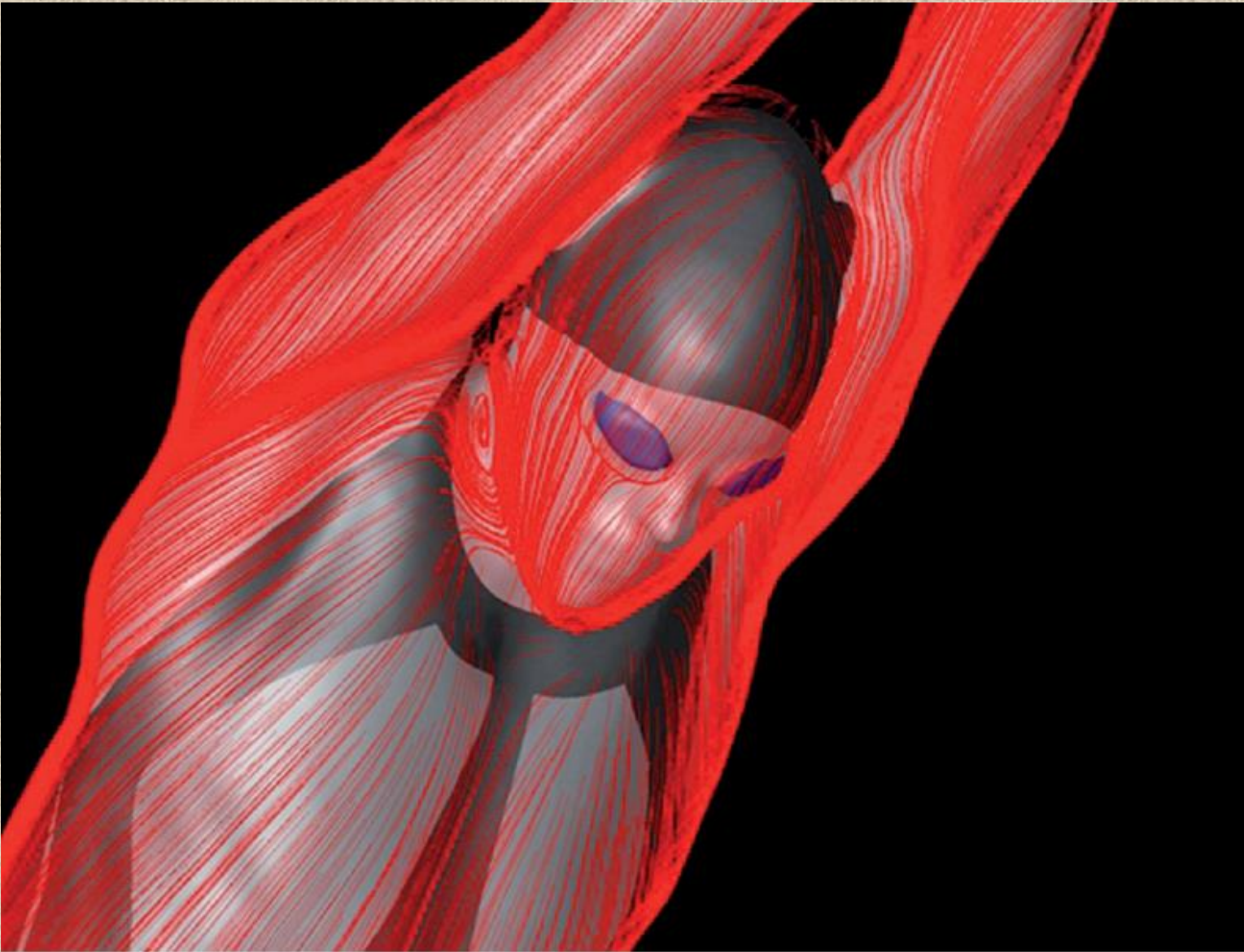


## **Bölüm 15**

# **HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMİĞİNE (HAD) GİRİŞ**

**İngilizce orijinal sunum esas alınarak**

**Tahsin Engin, Hasan Güneş, A. Alper Özalp ve Suat Canbazoğlu  
tarafından hazırlanmıştır.**



Bir yüzücü üzerindeki akışın ANSYS-FLUENT CFD yazılımı kullanılarak yapılan simülasyonu. Görsel yağ akış çizgilerinin vücut yüzeyi boyunca dağılımını göstermektedir. Boyun bölgesinde akış ayrılması görülmektedir.

# Öğrenim Amaçları

- Yüksek nitelikli, çözünürlüğü iyi bir ağın önemini kavrayabilmelidir
- Hesaplama bölgelerine uygun sınır şartlarını uygulayabilmelidir
- Temel mühendislik problemlerine HAD'ın nasıl uygulanacağını ve çıktıların fiziksel olarak anlamlı olup olmadığını anlayabilmelidir
- HAD'ı başarılı bir şekilde kullanmak için daha fazla çalışma ve alıştırmaya ihtiyacı olduğunu kavrayabilmelidir

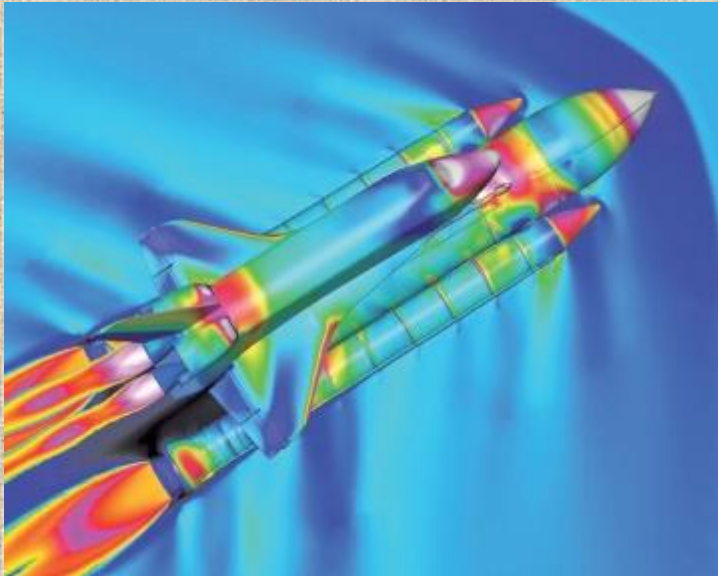
# 15–1 ■ GİRİŞ VE TEMEL KAVRAMLAR

## Neden Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği?

Günümüz mühendisleri, birbirlerini tamamlayacak şekilde hem deneysel analizi *hem de* HAD analizini uygularlar. Örneğin mühendisler, kaldırma, direnç, basınç düşüşü veya güç gibi *genel özellikleri* deneysel olarak elde edebilirler, ancak kayma gerilmeleri, hız ve basınç profilleri ve akışa ait akım çizgileri gibi akış alanı hakkındaki *ayrıntıları* elde etmek için HAD kullanırlar.

Ayrıca sayısal ve deneysel olarak bulunan genel büyüklüklerin karşılaştırılması yoluyla HAD çözümlerini *doğrulamak* için çoğunlukla deneysel veriler kullanılır.

HAD, dikkatlice kontrol edilen parametrik incelemeler yoluyla, gerekli deney sayısını önemli ölçüde düşürerek tasarım sürecini kısaltmak için kullanılır.



Uzay mekiği fırlatma aracının yükselmesine ait HAD hesaplamaları. Kullanılan ağ 16 milyondan fazla noktadan oluşmuş olup şekilde basınç konturları gösterilmektedir. Serbest akım şartları:  $Ma = 1.25$  ve hücum açısı  $-3.3^\circ$  dir.

# Hareket Denklemleri

## Süreklilik Denklemi

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$$

## Navier–Stokes denklemi

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P' + \nu\nabla^2\vec{V}$$

Sabit özellikli ve serbest yüzey etkilerinin olmadığı Newton tipi akışkanın daimi, sıkıştırılamaz, laminar akışı için HAD ile çözülmesi gereken hareket denklemleri. Kartezyen bir koordinat sistemi kullanılmıştır. Dört denklem ve dört bilinmeyen  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ve  $P'$  vardır.

### Süreklilik:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

### x-momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

### y-momentum:

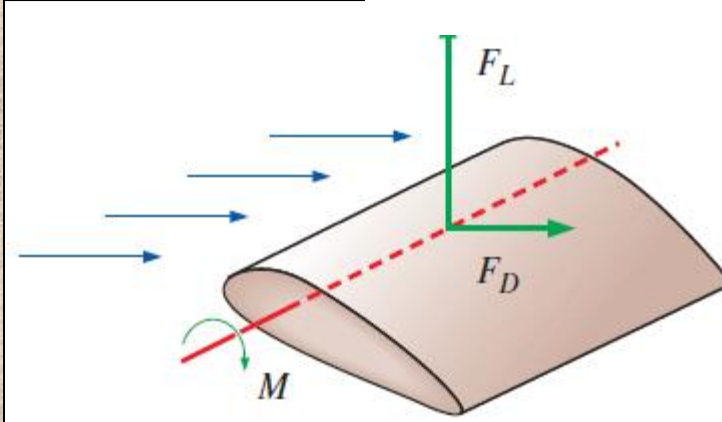
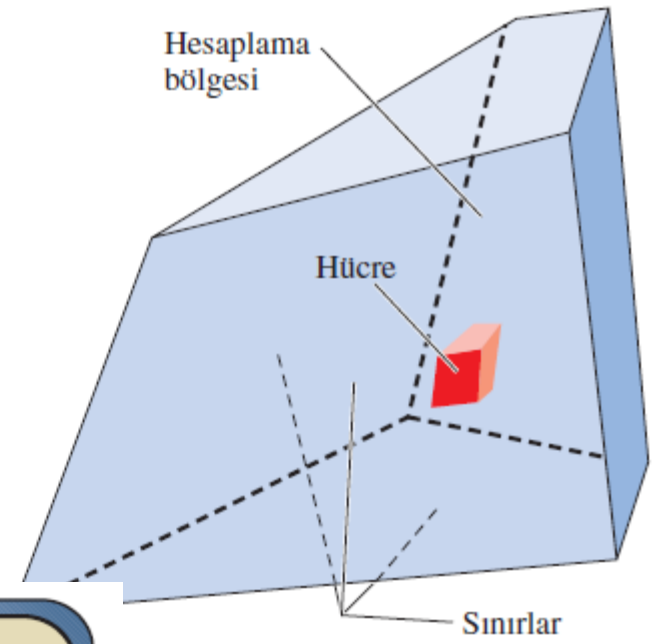
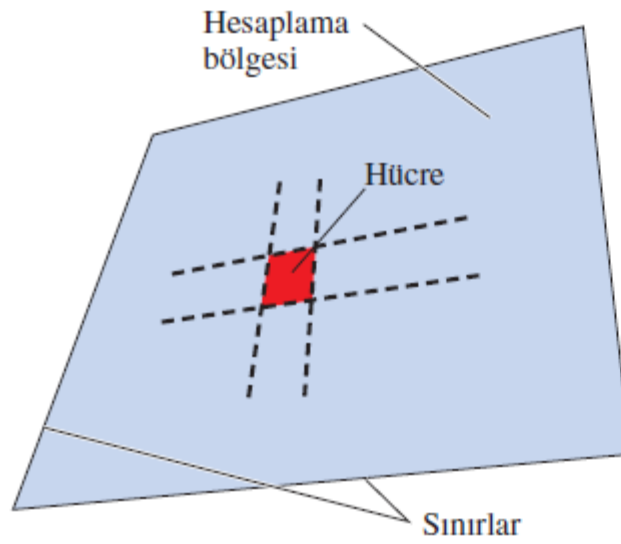
$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

### z-momentum:

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

## Çözüm Yolu

1. Bir **hesaplama bölgesi** seçilir ve **ağ** (buna çözüm ağ da denir) oluşturulup bu bölge **hücre** denilen çok sayıda küçük elemana bölünür.
2. *Sınır şartları* sayısal bölgenin (2-B akışlar) her bir **kenar**ında veya bölgenin (3-B akışlar) her bir **yüz**ünde belirtilir.
3. Akışkan türü (su, hava, benzin vb.) ve akışkan özellikleri (sıcaklık, yoğunluk, viskozite vb.) belirlenir.
4. Sayısal parametreler ve çözüm algoritmaları seçilir.
5. Bütün akış alanı değişkenleri için başlangıç değerleri her bir hücre için belirtilir.
6. Başlangıç tahminleri ile başlamak suretiyle, Denklem 15-1 ve 15-2'nin ayrık biçimleri çoğunlukla her bir hücrenin merkezinde iteratif (döngüsel) olarak çözülür.
7. Çözüm yakınsadığında hız ve basınç gibi akış alanı değişkenlerinin grafikleri çizilir ve analiz edilir..
8. Akış alanının basınç düşüşü gibi *genel özellikleri* ve bir cisim üzerine etki eden kuvvetler (kaldırma ve direnç) ve momentler gibi *integral özellikleri* yakınsamış çözümden hesaplanır



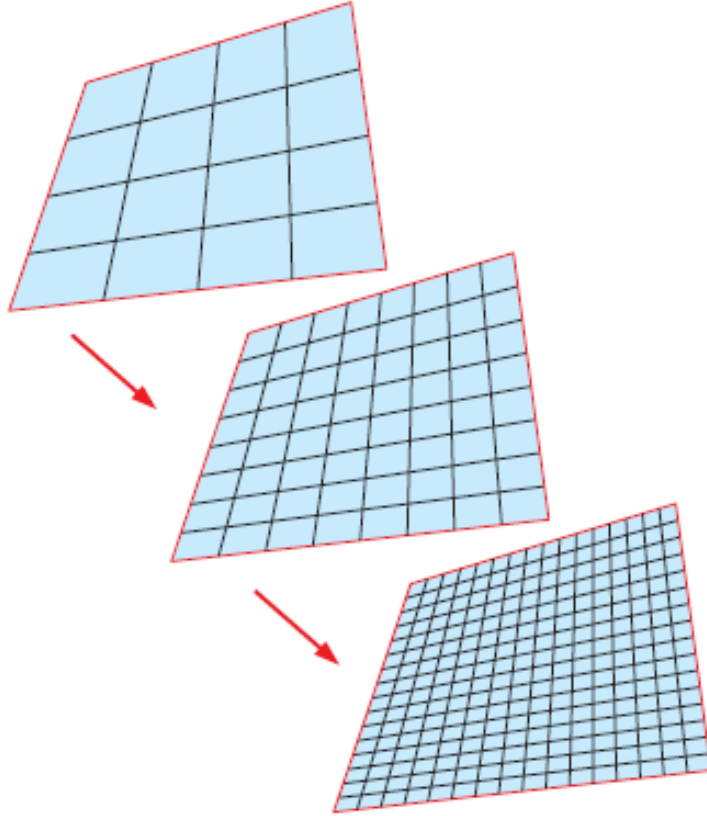
Bir cisim üzerindeki kuvvet ve moment gibi akışın *genel ve integral özellikleri* HAD çözümü yakınsadıktan sonra hesaplanır. Yakınsamayı görüntülemek amacıyla bunlar iterasyon işlemi sırasında da hesaplanabilir.



Doğru bir HAD simülasyonu için nitelikli bir ağ kullanmak esastır.

Bir *hesaplama bölgesi*, uzayda hareket denklemlerinin HAD ile çözüldüğü bölgedir. *Hücre*, hesaplama bölgesinin küçük bir altkümesidir. Resimde gösterilenler (a) iki-boyutlu bölge ve dörtgen hücre, (b) üç-boyutlu bölge ve altıyüzlü hücre. 2-B bölgenin sınırlarına *kenar*, 3-B bölgenin sınırlarına ise *yüz* denir.

## İlave Hareket Denklemleri



**ŞEKİL 15-6**

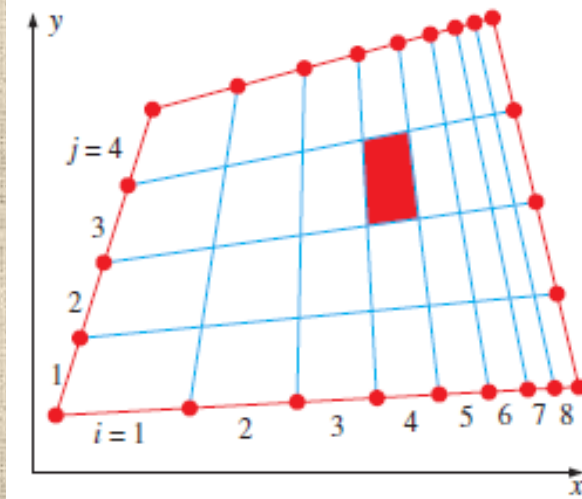
Çoklu ağ ile ilk önce kaba ağ üzerinde hareket denklemlerinin çözümleri elde edilir ve bunu art arda daha sık ağlar takip eder. Bu işlem yakınsamayı hızlandırır.



**ŞEKİL 15-7**

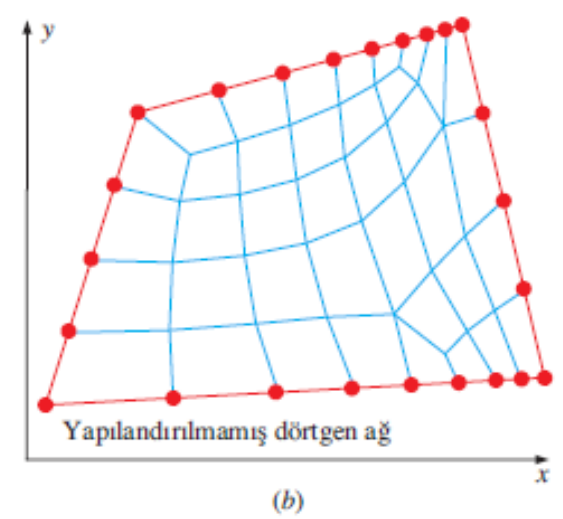
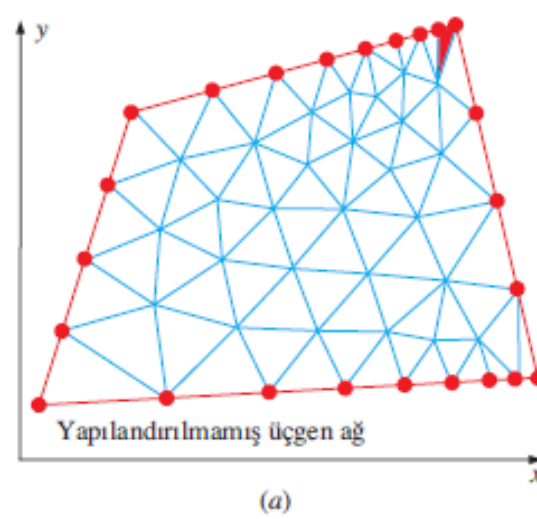
HAD çözümlerinin elde edilmesi kolaydır ve grafiksel çıktılar güzel görünebilir; ancak sonuçların doğruluğu, doğru girdilere ve akış alanı hakkındaki bilgiye bağlıdır.

# Ağ Oluşturulması ve Ağdan Bağımsızlık



**ŞEKİL 15-8**

Yapılandırılmış 2-B ağ örneği. Alt ve üst kenarlarda dokuz düğüm ve sekiz aralık, sol ve sağ kenarlarda ise beş düğüm ve dört aralık görülmektedir.  $i$  ve  $j$  indisleri gösterilmiştir. Kırmızı hücre ( $i = 4, j = 3$ )'tedir.



Yapılandırılmamış 2-B ağ örneği, alt ve üst kenarlarda dokuz düğüm ile sekiz aralık, sol ve sağ kenarlarda beş düğüm ile dört aralık görülmektedir. Bu ağlar için Şekil 15-8'deki düğüm dağılımının aynısı kullanılmıştır. (a) Yapılandırılmamış üçgen ağ ve (b) yapılandırılmamış dörtgen ağ. Sağ üst köşedeki (a) kırmızı hücre kısmen çarpıktır.

*Eş açılı çarpıklık:*

$$Q_{\text{EAÇ}} = \text{MAKS} \left( \frac{\theta_{\text{maks}} - \theta_{\text{eşit}}}{180^\circ - \theta_{\text{eşit}}}, \frac{\theta_{\text{eşit}} - \theta_{\text{min}}}{\theta_{\text{eşit}}} \right)$$

(a) Üçgen hücreler



Sıfır çarpıklık



Yüksek çarpıklık

Çarpıklık iki boyutta gösterilir:

(a) eşkenar üçgenin çarpıklığı sıfırdır, ancak yüksek oranda şekli bozulmuş üçgenin çarpıklığı yüksektir. (b) Benzer olarak dikdörtgenin çarpıklığı sıfırdır, ancak yüksek oranda şekli bozulmuş bir dörtgenin çarpıklığı yüksektir.

(b) Dörtgen hücreler



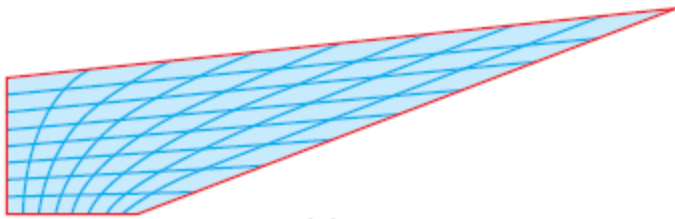
Sıfır çarpıklık



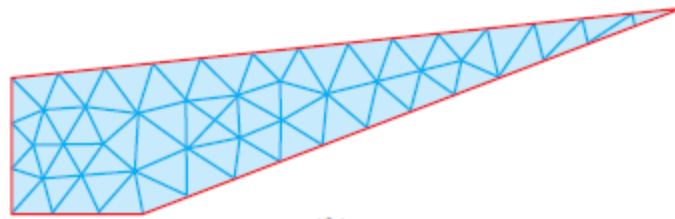
Yüksek çarpıklık

4 adet 2-B ağın yüksek oranda şekli bozuk bir hesaplama bölgesi için karşılaştırılması:

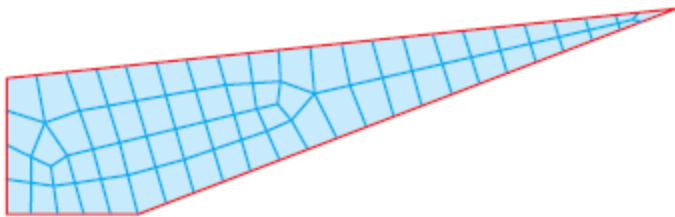
- (a) 64 hücreli yapılandırılmış  $8 \times 8$  ağ ve  $(Q_{EAC})_{maks} = 0.83$ ,
- (b) 70 hücreli yapılandırılmamış üçgen ağ ve  $(Q_{EAC})_{maks} = 0.76$ ,
- (c) 67 hücreli yapılandırılmamış dörtgen ağ ve  $(Q_{EAC})_{maks} = 0.87$ ,
- (d) 62 hücreli melez ağ ve  $(Q_{EAC})_{maks} = 0.76$ .



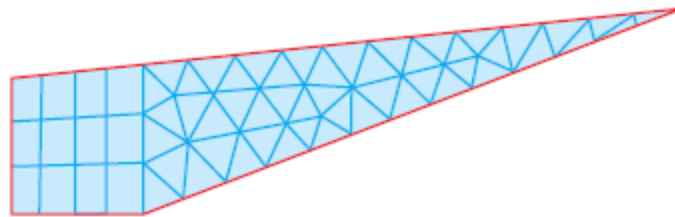
(a)



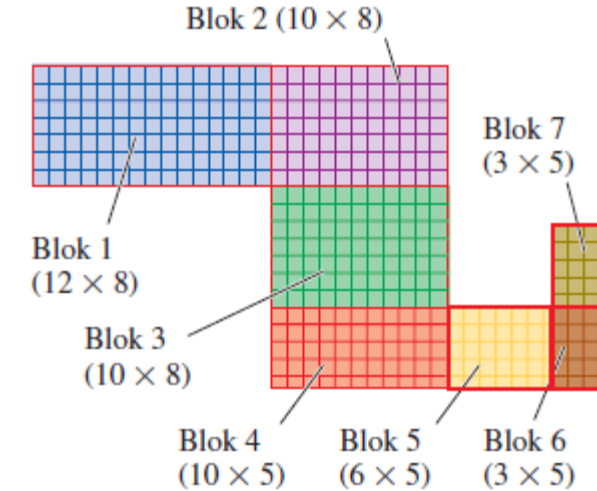
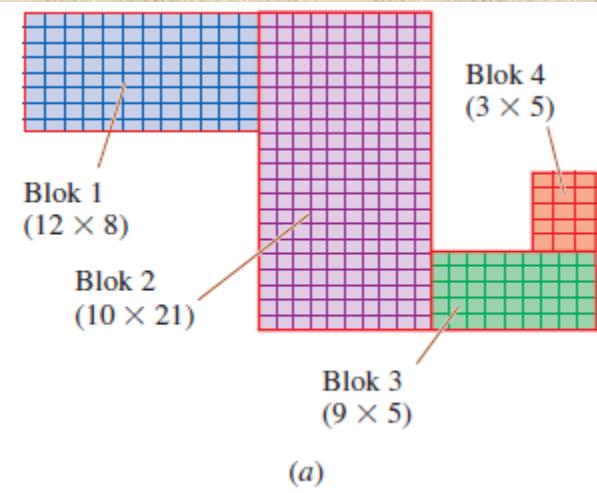
(b)



(c)

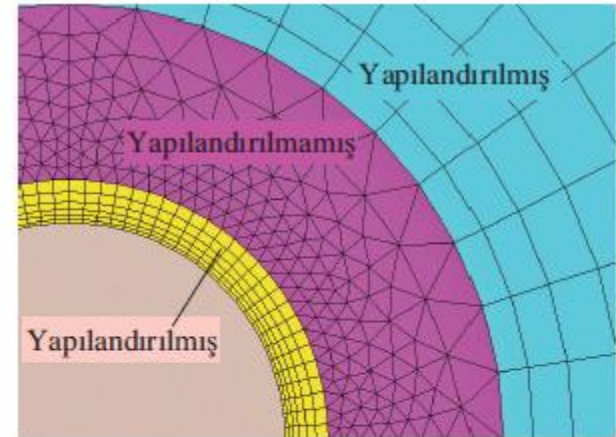
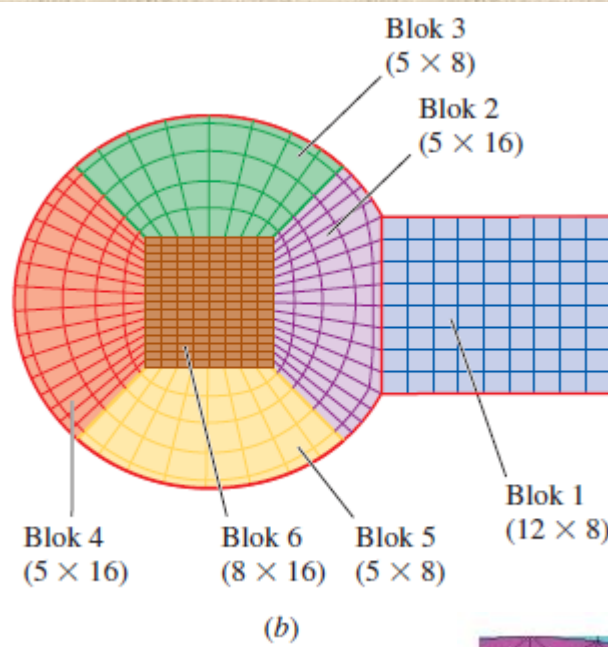


(d)



**ŞEKİL 15-13**

Sadece *temel blokların* kullanılabildiği bir HAD yazılımı için değiştirilen Şekil 15-12a'daki çok bloklu ağ.

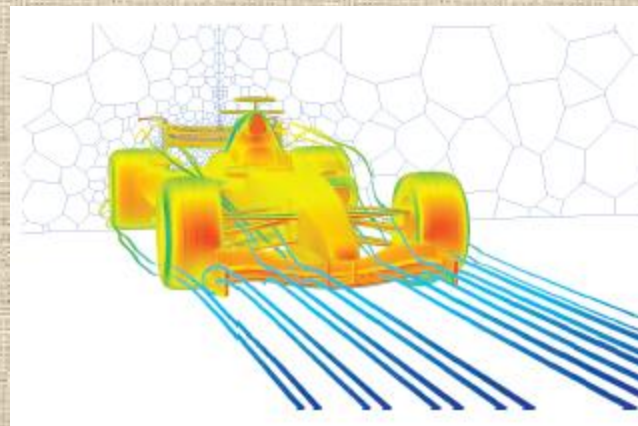
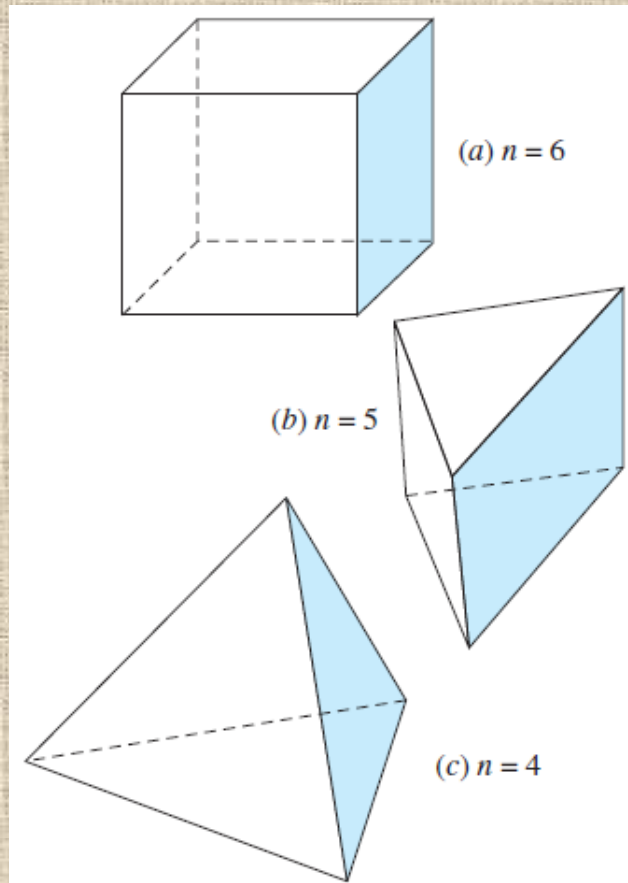
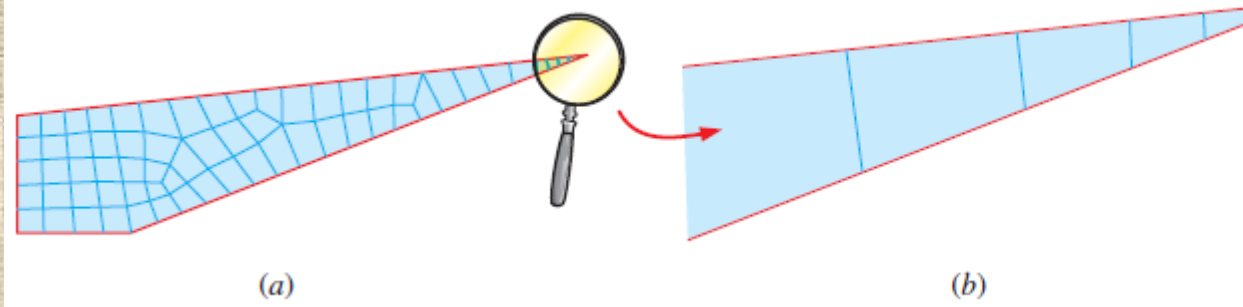


**ŞEKİL 15-14**

Eğri bir yüzey yakınındaki iki-boyutlu melez ağ örneği; iki yapılandırılmış bölge ile bir yapılandırılmamış bölge gösterilmiştir.

### ŞEKİL 15-15

Şekil 15-11'de gösterilen keskin köşesi kırılmış bir sayısal bölge için melez ağ: (a) genel görüntü – ağın 62 hücresi vardır ve  $(Q_{EAC})_{maks} = 0.53$ , (b) kırılmış köşenin büyütülmüş görüntüsü.



Bu Formula 1 arabası, hücre sayısını ve simülasyon zamanını azaltmak için çok yüzlü ağ kullanılarak ANSYS-FLUENT HAD yazılımında modellenmiştir. Şekilde gölgelendirilmiş basınç konturları (kırmızı renk yüksek basıncı gösterir) ve gövde üzerindeki akım çizgileri (zamana göre gölgelenmiş) gösterilmektedir. Arabanın sağ ve sol simetrisinden dolayı, analiz arabanın bir tarafında yapılmıştır; ancak sonuçlar (merkez yüzey etrafında) hesaplama bölgesini ayna görüntüsü olarak göstermektedir.

Üç boyutlu hücrelere örnekler: (a) Altı yüzlü (b) prizma ve (c) dört yüzlü, her durum için yüz sayısı ( $n$ ) verilmiştir.

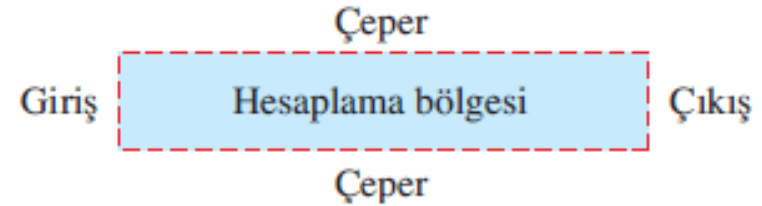
## Sınır Şartları

*Doğru bir HAD çözümü elde etmek için uygun sınır şartları gerekir*



**ŞEKİL 15-18**

İyi bir ağ oluşturmak için harcanan zaman boşa gitmiş bir zaman değildir.



**ŞEKİL 15-19**

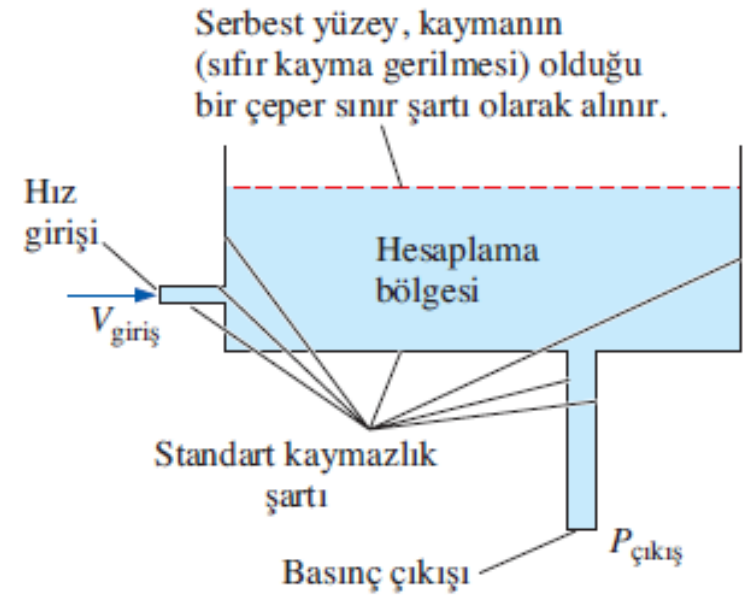
Sınır şartları hesaplama bölgesinin *tüm* sınırlarına dikkatlice uygulanmalıdır. Doğru HAD çözümü elde etmek için uygun sınır şartları gerekir.

# Çeper (Duvar) Sınır Şartları

En basit sınır şartı **çeper**e ait olandır.

Akışkan çeperden geçemeyeceği için, üzerinde çeper sınır şartının verileceği bir yüz boyunca çepere göre hızın normal bileşeni sıfır alınır.

Buna ek olarak kaymazlık şartından dolayı, durağan bir çeper üzerindeki teğetsel hız bileşeni de genellikle sıfır alınır.



## ŞEKİL 15-20

Standart *çeper* sınır şartları durağan katı sınırlara uygulanır.

Ayrıca bu sınırlarda çeper sıcaklığı ya da ısı akısı sınır şartı olarak verilir.

Buradaki yüzme havuzu örneğinde gösterildiği gibi, sıvının serbest yüzeyinin simülasyonu için çeper boyunca olan kayma gerilmesi sıfır alınabilir. Serbest yüzeyin (hava ile temasta) benzetimi olan bu “çeper” boyunca kayma vardır.

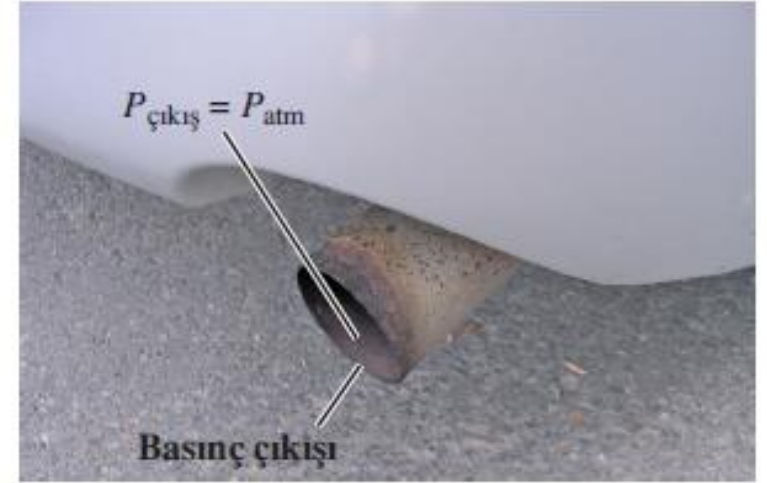
# Giriş/Çıkış Sınır Şartları

Akışkanın hesaplama bölgesine girdiği (giriş) veya bu bölgeden çıktığı (çıkış) sınırlarda birkaç seçenek söz konusudur.

Bunlar genellikle ya *hızı belirtilmiş şartlar* ya da *basıncı belirtilmiş şartlar* olarak sınıflandırılır.

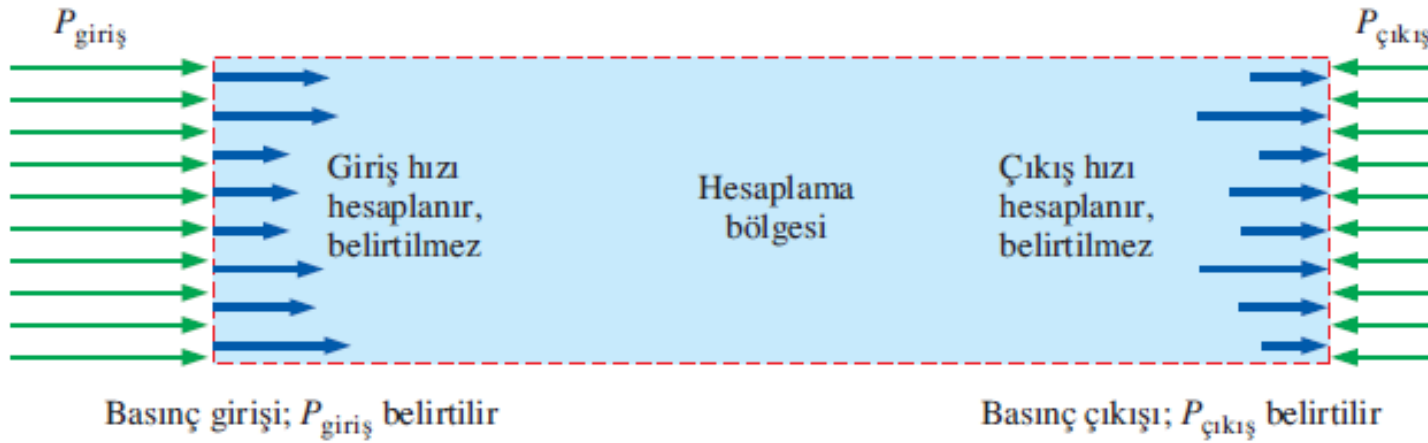
**Hız girişi**nde giriş yüzü boyunca akışın hızı belirtilir.

Eğer enerji ve/veya türbülans denklemleri çözülecekse, bu durumda giren akışın sıcaklık ve/veya türbülans özelliklerinin de belirtilmesi gerekir.



## ŞEKİL 15-21

Bir boru çıkışına sahip veya kanalı ortam havasına açık sıkıştırılamaz bir akış alanını modellerken uygun sınır şartı basıncı çıkışıdır,  $P_{\text{çıkış}} = P_{\text{atm}}$ . Burada bir otomobilin egzoz borusu gösterilmektedir.



### ŞEKİL 15-22

Bir *basınç girişi* veya bir *basınç çıkışı*nda, yüzdeki basıncı belirtiriz ancak hızı belirtmeyiz. HAD çözümü yakınsarken, verilen basınç sınır şartları sağlanacak şekilde hız kendisini ayarlar.

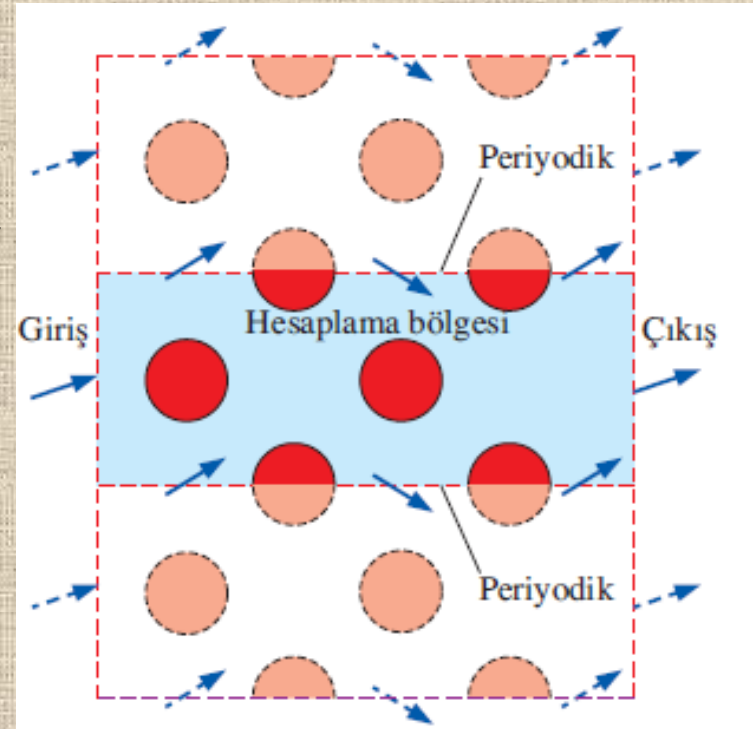


Bir *dışarı akış* sınır şartında, dışarı akış yüzüne dik hızın eğimi veya gradyeni sıfırdır (burada yatay bir çizgi boyunca  $x$ 'in fonksiyonu olarak  $u$  gösterilmiştir). Bir dışarı akış sınırında ne basınç ne de hız belirtilir.

# Çeşitli Sınır Şartları

Hesaplama bölgesinin bazı sınırları ne çeper ne de giriş veya çıkıştır. Bu sınırlar için bir simetri veya periyodik sınır şartı uygulanabilir.

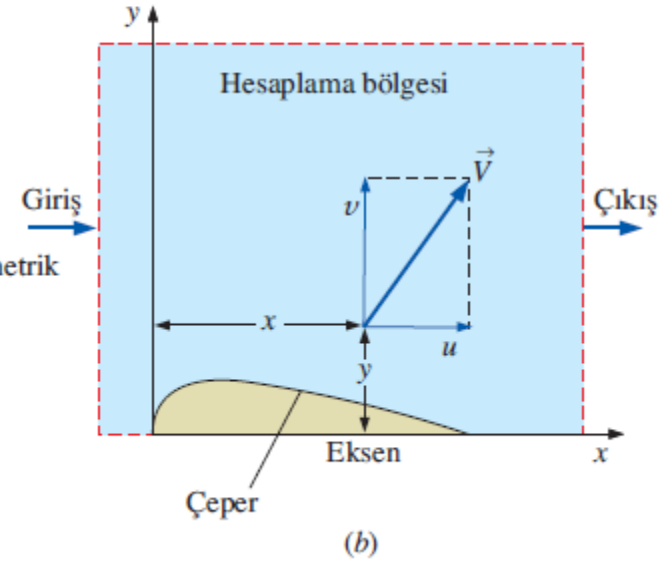
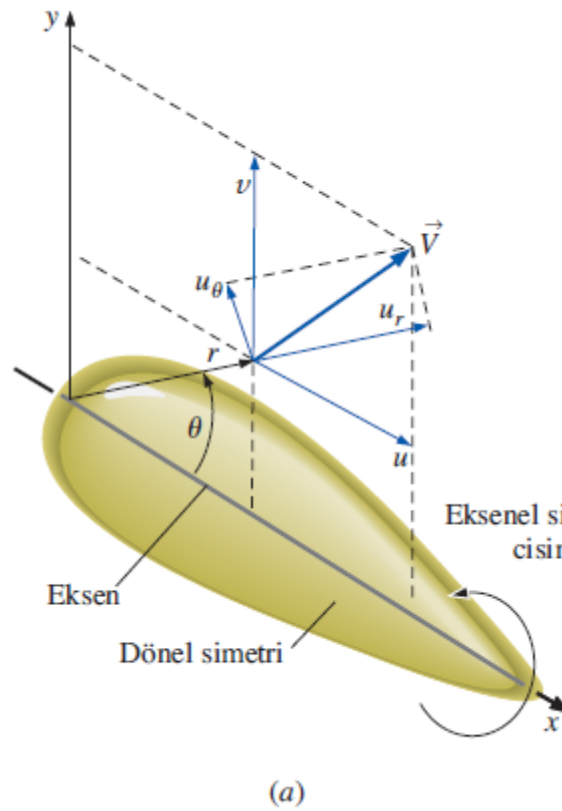
Örneğin, şeklin tekrarlaması söz konusu olduğunda **periyodik** sınır şartı kullanışlıdır. Periyodik sınır şartları, ya **ötelemeli** (periyodiklik Şekil 15.24'te olduğu gibi iki paralel yüze uygulanır) veya **dönel** (periyodiklik radyal olarak yönlendirilmiş iki yüze uygulanır) olarak belirtilmelidir.



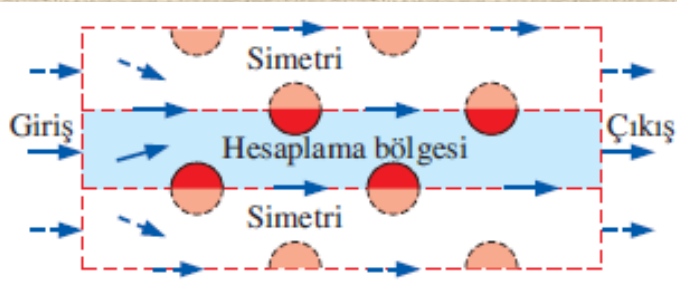
**ŞEKİL 15-24**

*Periyodik sınır şartları benzer iki yüze uygulanır. Yüzlerden birinde ne oluyorsa bu yüzün periyodik eşinde de aynısı olmalıdır. Bunlar periyodik yüzlerden geçen hız vektörleri ile gösterilmiştir.*

Bir yüzden geçen akış, hesaplanan akışın ayna görüntüsü olacak şekilde *simetri* sınır şartı bu yüze uygulanır. Hayali bölgeler (kesik çizgiler) hesaplama bölgesinin (açık mavi gölgeli kısım) aşağısında ve yukarısında çizilir. Bu bölgedeki hız vektörleri, hesaplama bölgesindeki hız vektörlerinin ayna görüntüleridir. Bu ısı değiştiricisi örneğinde bölgenin sol yüzü hız girişi, sağ yüzü basınç çıkışı veya dışarı akış çıkışı, silindirler çeper, alt ve üst yüzler de simetri düzlemleridir.



*Eksen* sınır şartı simetri eksenli akışta simetri eksenine (burada  $x$ -ekseni) uygulanır. Çünkü bu eksen etrafında dönel simetri vardır. (a)  $xy$ - ve  $r\theta$ - düzlemlerini tanımlayan bir kesit gösterilmiştir ve hız bileşenleri ( $u, v$ ) veya ( $u_r, u_\theta$ ) olabilir. (b) Bu problem için hesaplama bölgesi (açık mavi gölgeli kısım) iki-boyutlu düzleme ( $x$  ve  $y$ ) indirgenmiştir. HAD yazılımlarının çoğunda  $x$  ve  $y$ , eksenel simetrik koordinatlar olarak kullanılır ve  $y, x$ -ekseninden olan uzaklık olarak anlaşılır.

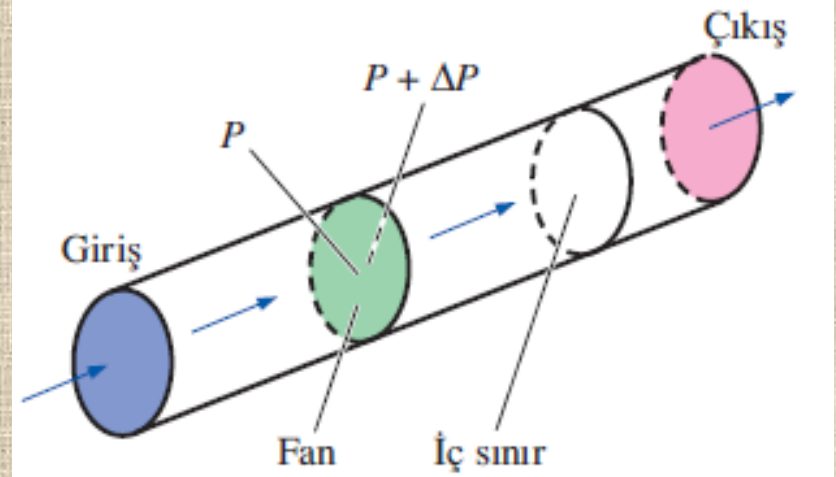


# İç Sınır Şartları

Hesaplama bölgesinin sınırını tanımlamayan, daha ziyade hesaplama bölgesinin *içerisinde* yer alan yüzler veya kenarlar üzerinde uygulanan sınır şartları, sınır şartları için yapılan son sınıflandırmayı oluşturur.

Bir yüz üzerinde **İç** sınır şartı belirtildiğinde, akış kullanıcı kaynaklı herhangi bir değişiklik olmaksızın, bir iç hücreden diğerine geçiyormuşcasına bu yüzden geçer.

Bu sınır şartı, hesaplama bölgesinin ayrı bloklara veya bölgelere bölündüğü durumlarda gereklidir ve bloklar arasında iletişime imkan verir.



**ŞEKİL 15-27**

*Fan* sınır şartı, bir kanaldaki aksenal akışlı fanın simülasyonunu yapmak üzere fan yüzündeki basınçta ani bir değişim oluşturur. Verilen basınç artışı sıfır ise, bu durumda fan sınır şartı bir iç sınır şartına indirgenmiş olur.

## Uygulama Yapmak Mükemmelleştirir

Hesaplamalı akışkanlar dinamiğini öğrenmenin en iyi yolu örnek çözmek ve *uygulama* yapmaktır. HAD'a aşinalık kazanmak için çeşitli ağlar, sınır şartları, sayısal parametreler vb. ile denemeler yapmanız önerilir. Karmaşık bir problemi ele almadan önce özellikle analitik ve deneysel çözümleri bilinen daha basit problemleri karşılaştırma ve doğrulama için çözmek akıllıcadır. Bu amaca yönelik, düzinelerce alıştırma problemleri kitabın internet sitesinde verilmiştir.

Bundan sonraki kısımlarda HAD'ın yeteneklerini ve sınırlamalarını göstermek üzere genel mühendislik alanından birkaç örnek problemi çözeceğiz. Önce laminer akışlarla başlayacağız ve ardından giriş niteliğinde bazı türbülanslı akış örnekleri üzerinde duracağız. Son olarak ısı geçişinin olduğu akış, sıkıştırılabilir akış ve serbest yüzeyli sıvı akışı ile ilgili örnekler vereceğiz.

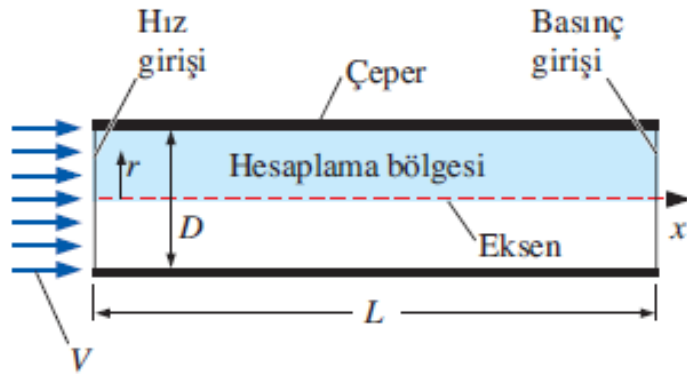
## 15–2 ■ LAMİNER HAD ÇÖZÜMLEMELERİ

Sıkıştırılamaz, daimi veya daimi olmayan laminar akış hesaplamalarında hesaplamalı akışkanlar dinamiği mükemmel iş görür. Ancak ağ iyi çözünürlükte olmalı ve sınır şartları uygun şekilde belirtilmelidir.

Burada laminar akış çözümlerine ait birkaç basit örnek üzerinde duracağız ve bu örneklerde ağ çözünürlüğüne ve sınır şartlarının doğru olarak uygulanmasına özellikle dikkat çekeceğiz.

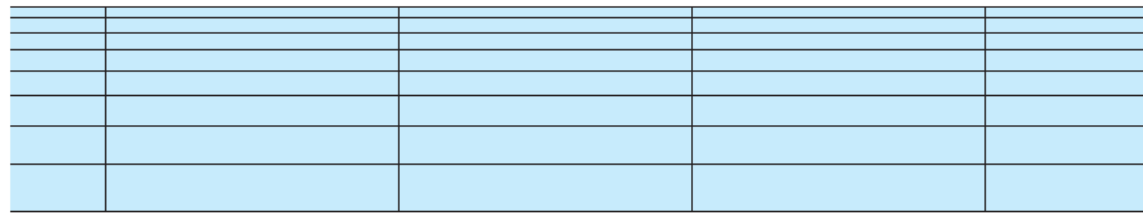
Bu kısımdaki bütün örneklerde akış sıkıştırılamaz ve iki-boyutludur (veya eksenel simetriktir).

# Re = 500'de Boru Akışı Giriş Bölgesi

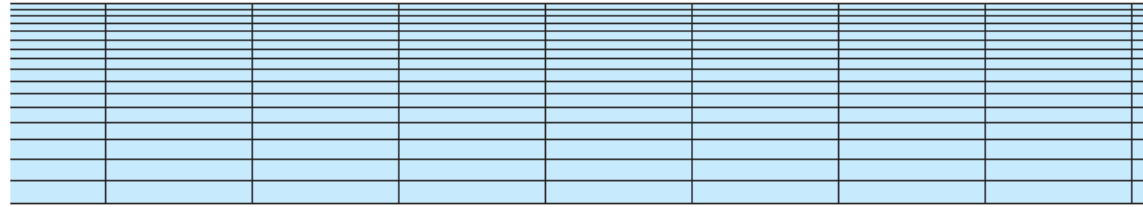


**ŞEKİL 15-28**

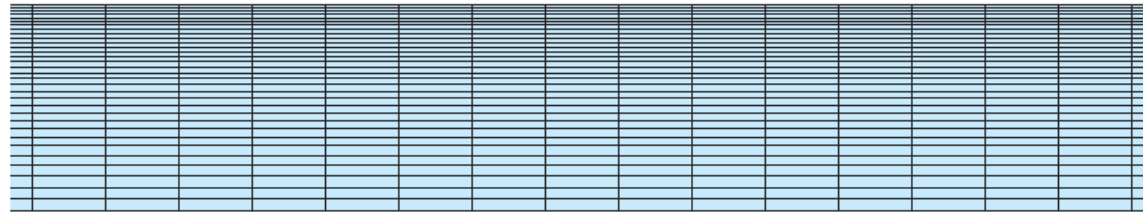
$x$ -ekseninin simetri eksen olması nedeniyle dairesel kesitli bir borudaki akış, boru boyunca  $r = 0$ 'dan  $D/2$ 'ye kadar olan iki-boyutlu bir kesit ile sayısal olarak çözülebilir. Hesaplama bölgesi açık mavi gölgeli kısım olup çizim ölçekli değildir. Sınır şartları gösterilmiştir.



(a)

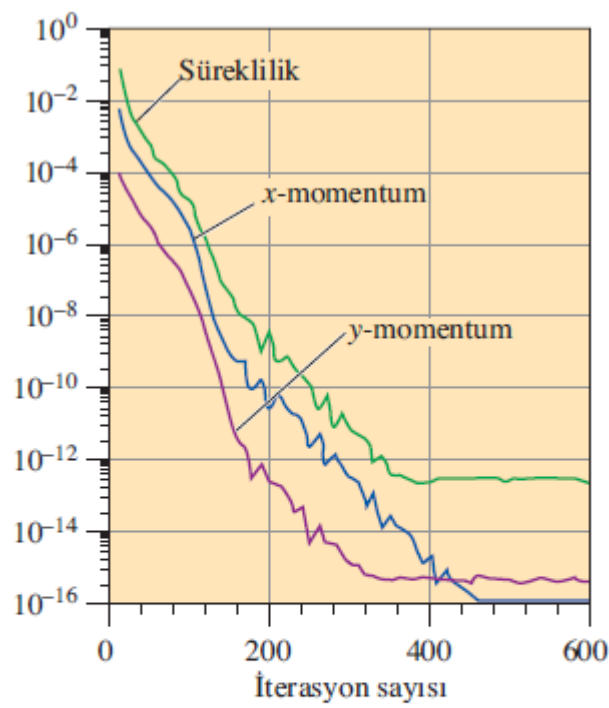


(b)



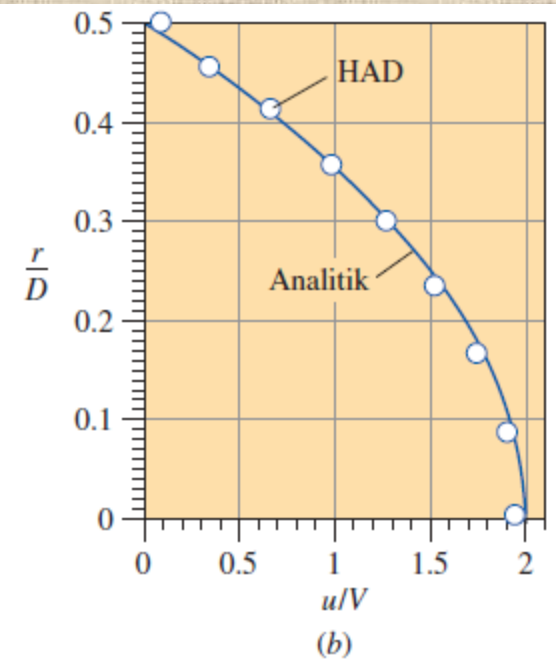
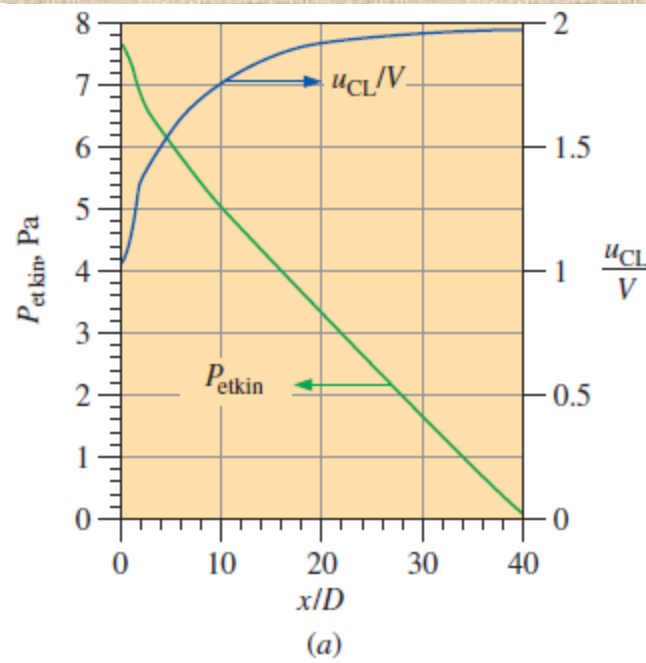
(c)

Laminer boru akışı örneği için oluşturulmuş en kaba üç adet yapılandırılmış ağ görselleri: (a) Çok kaba ( $40 \times 8$ ), (b) kaba ( $80 \times 16$ ) ve (c) orta ( $160 \times 32$ ). Hesaplama hücrelerin sayısı sırasıyla 320, 1280, 5120'dir. Her bir görüntüde, Şekil 15-28'de olduğu gibi boru çeperi üstte, boru eksenini ise alttadır.



### ŞEKİL 15-30

Çok kaba ağa sahip laminer boru akışı çözümü için artıkların iterasyon sayısı ile azalması (çift hassasiyetli aritmetik).

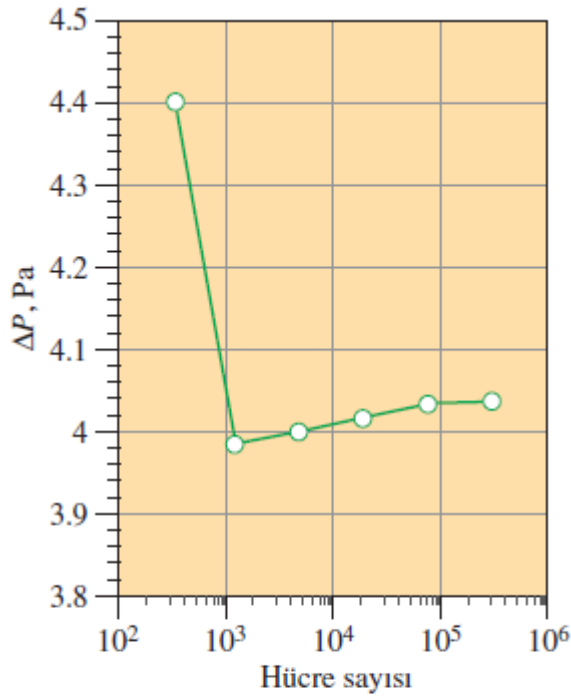


**TABLO 15-1**

Eksenel simetrik boru akışının giriş akışı bölgesinde çeşitli ağ çözünürlüğü durumları için  $x/D = 1$ 'den 20'ye kadar basınç düşüşü

| Durum     | Hücre sayısı | $\Delta P$ , Pa |
|-----------|--------------|-----------------|
| Çok kaba  | 320          | 4.404           |
| Kaba      | 1280         | 3.983           |
| Orta      | 5120         | 3.998           |
| Sık       | 20480        | 4.016           |
| Çok sık   | 81920        | 4.033           |
| Aşırı sık | 327680       | 4.035           |

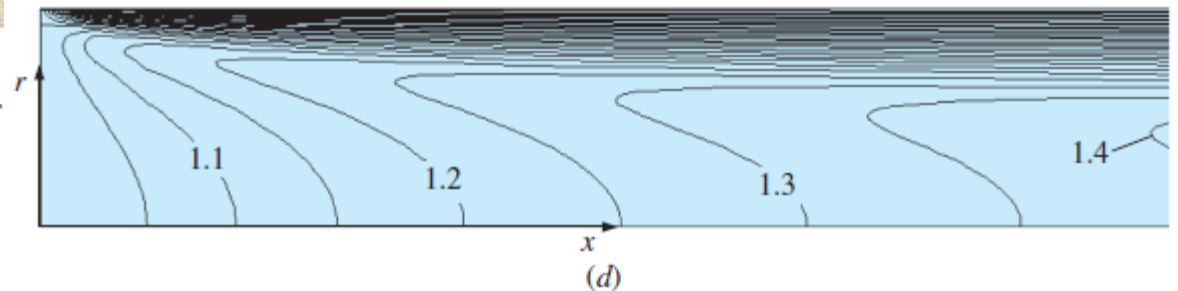
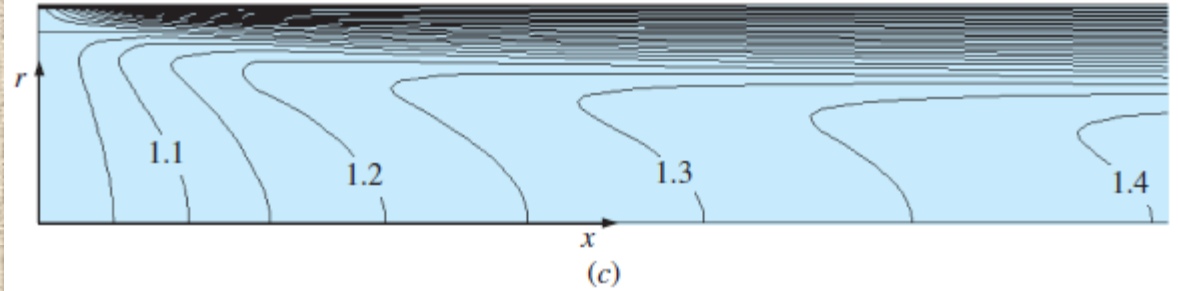
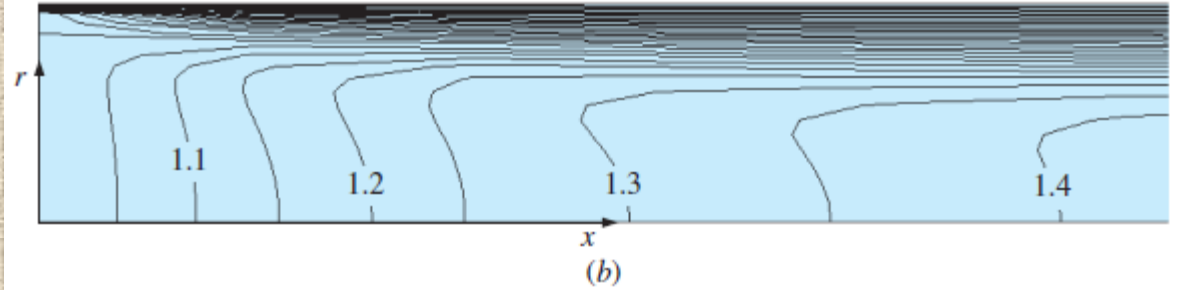
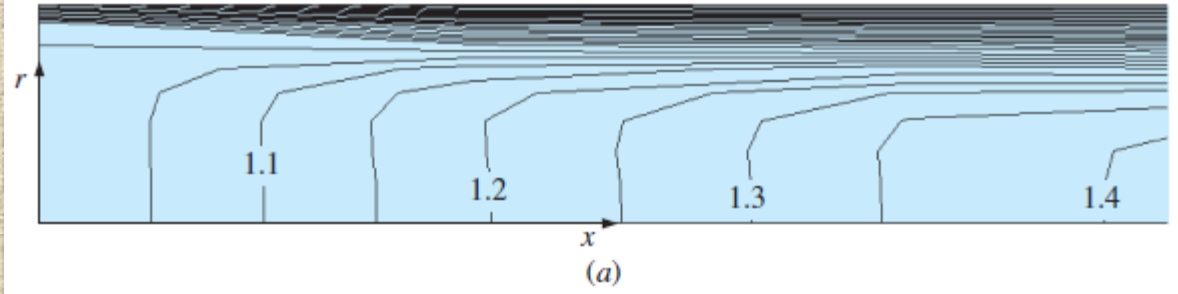
Çok kaba ağa sahip laminer boru akışı benzetimine ait HAD sonuçları: (a) Eksen çizgisi üzerindeki basınçın ve aksel hızın aşağıdaki mesafesi ile gelişimi ve (b) boru çıkışındaki aksel hız profilinin analitik öngörüyle karşılaştırılması.



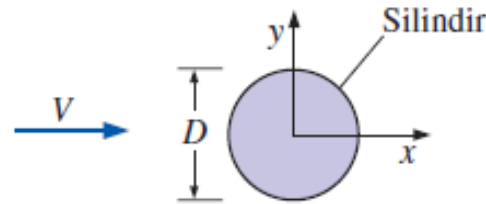
### ŞEKİL 15-32

Eksenel simetrik boru akışının giriş akışı bölgesinde  $x/D = 1$ 'den 20'ye kadar hücre sayısının fonksiyonu olarak hesaplanmış basınç düşüştü.

Laminer boru akışı örneği için boyutsuz eksenel hız ( $u/V$ ) konturları. İlk dört ağ için, boru giriş bölgesinin yakından görüntüleri: (a) Çok kaba ( $40 \times 8$ ) (b) kaba ( $80 \times 16$ ) (c) orta ( $160 \times 32$ ) ve (d) sık ( $320 \times 64$ ).

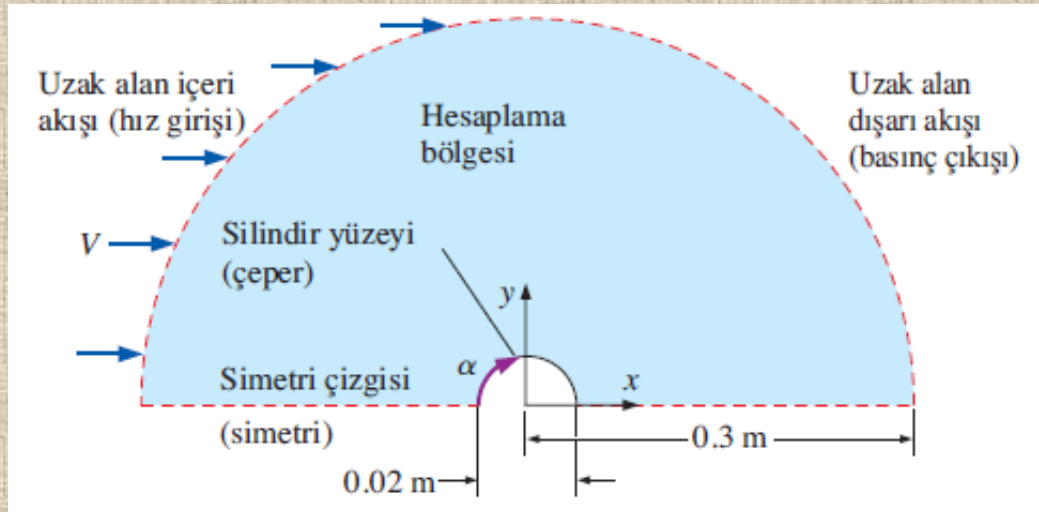


# Re = 150'de Dairesel Bir Silindir Etrafındaki Akış



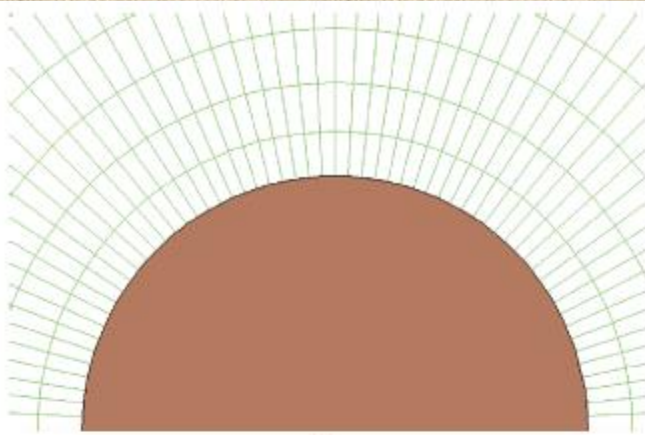
**ŞEKİL 15-34**

Bir akışkanın, çapı  $D$  olan iki-boyutlu dairesel bir silindir üzerinden  $V$  serbest akım hızı ile akışı.

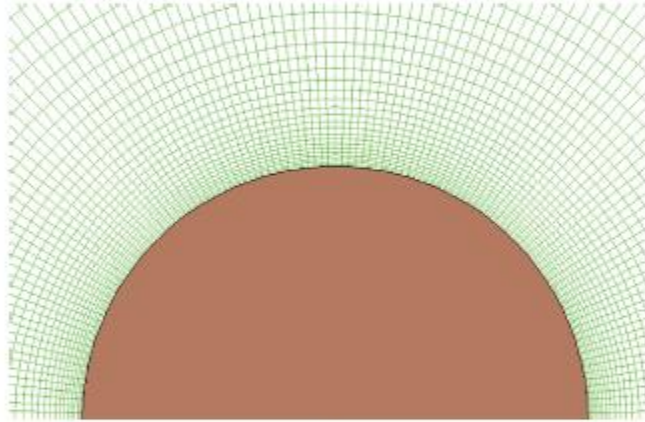


İki-boyutlu dairesel bir silindir üzerindeki daimi, iki-boyutlu akışın simülasyonu için kullanılan hesaplama bölgesi (açık mavi renkli bölge, çizim ölçekli değildir). Akışın  $x$ -eksenine göre simetrik olduğu kabul edilmiştir.

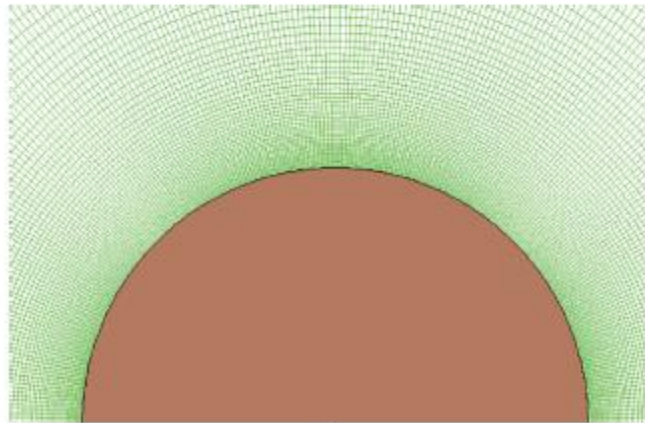
Uygulanan sınır şartları her bir kenarda parantez içinde gösterilmiştir.  $\alpha$  açısı silindir yüzeyi boyunca ön durma noktasından itibaren ölçülen açı olarak tanımlanmıştır.



(a)

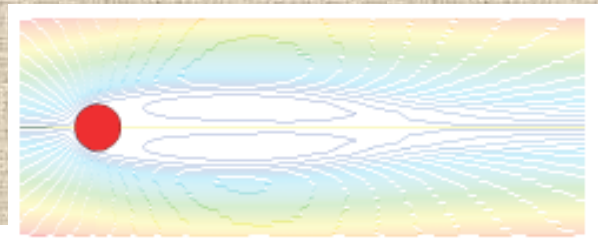


(b)

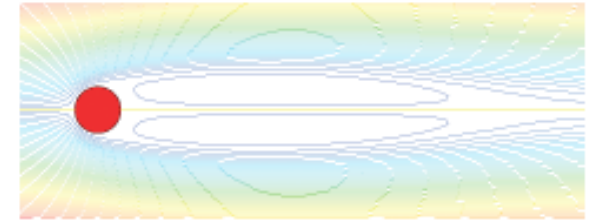


(c)

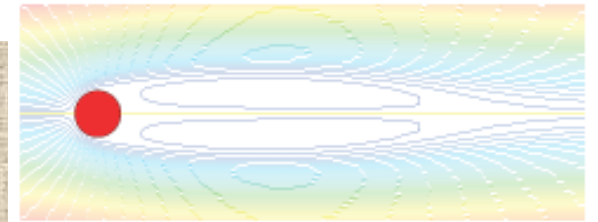
Dairesel silindirin üst yarısı etrafında yapılandırılmış iki-boyutlu ağılar: (a) *Kaba* ( $30 \times 60$ ), (b) *orta* ( $60 \times 120$ ) ve (c) *sık* ( $120 \times 240$ ). Alt kenar simetri çizgisidir. Her bir hesaplama bölgesinin sadece küçük bir kısmı gösterilmiştir –bölge, burada gösterilenden çok daha büyüktür.



(a)



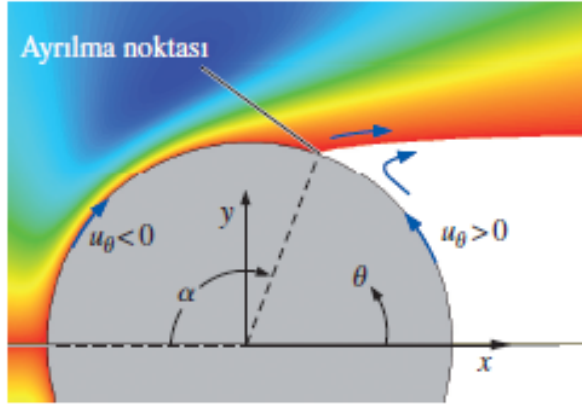
(b)



(c)

### ŞEKİL 15-37

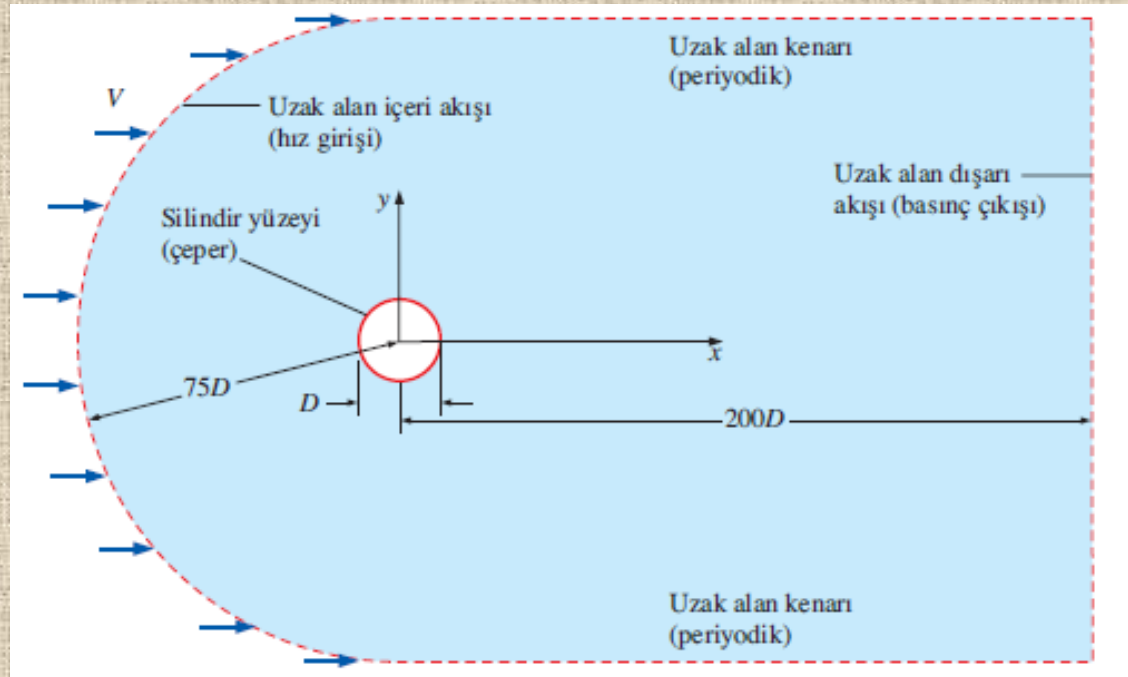
$Re = 150$ 'de dairesel silindir üzerindeki akışın daimi HAD hesaplamaları ile oluşturulan akım çizgileri: (a) *Kaba* ağ ( $30 \times 60$ ), (b) *orta* ağ ( $60 \times 120$ ) ve (c) *sık* ağ ( $120 \times 240$ ). Akışın sadece üst yarısı hesaplanmıştır –alt yarısı ise üst yarının ayna görüntüsü olarak verilmiştir.



**ŞEKİL 15-38**

$Re = 150$  ve orta ağ çözünürlüğü durumunda ( $60 \times 120$ ) dairesel silindir üzerindeki akış için  $u_\theta$  teğetsel hız bileşeninin kontur çizimi. Sınır tabaka ayrılmasının kesin konumunu ortaya çıkarmak amacıyla,  $-10^{-4} < u_\theta < 10^{-4}$  m/s aralığındaki değerler çizilmiştir. Silindir çeperinin tam dışındaki bu ayrılma noktasında, şekilde çizildiği gibi  $u_\theta$  işaret değişir. Bu durum için akım  $\alpha = 110^\circ$ 'de ayrılır.

Dairesel bir silindir üzerindeki daimi olmayan, iki-boyutlu laminar akışın simülasyonu için kullanılan hesaplama bölgesi (açık mavi renkli bölge, çizim ölçeksizdir). Uygulanan sınır şartları parantez içinde verilmiştir.



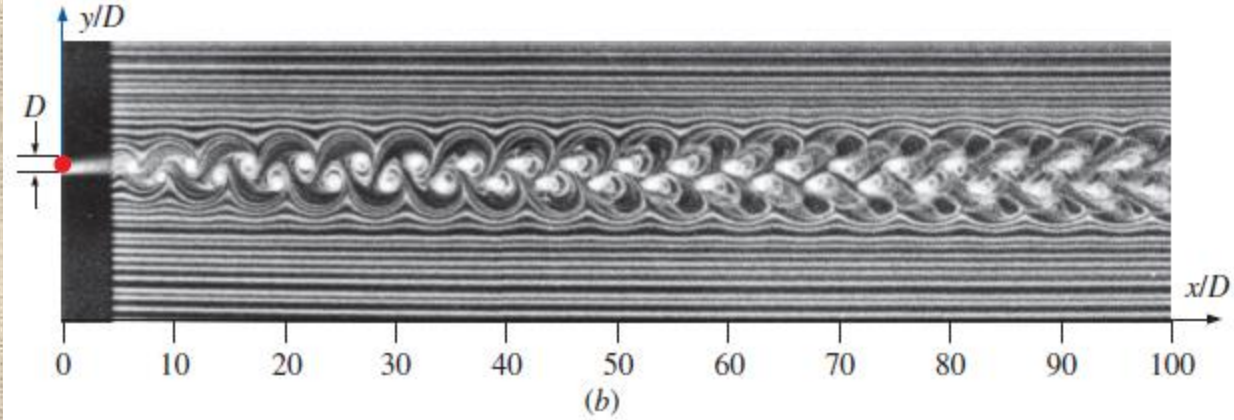
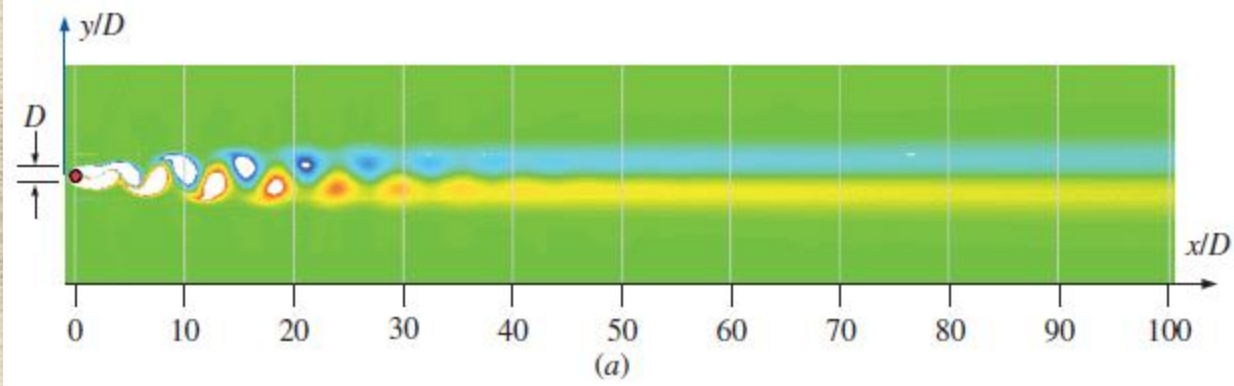
Reynolds sayısı

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

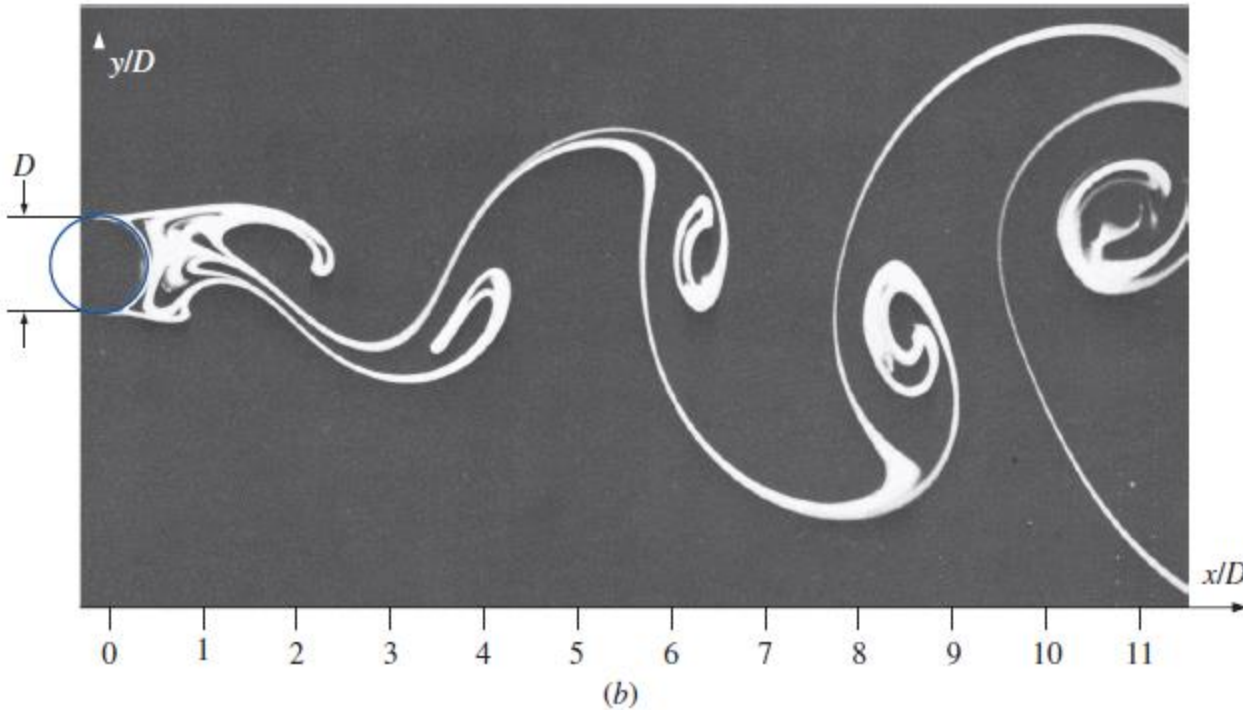
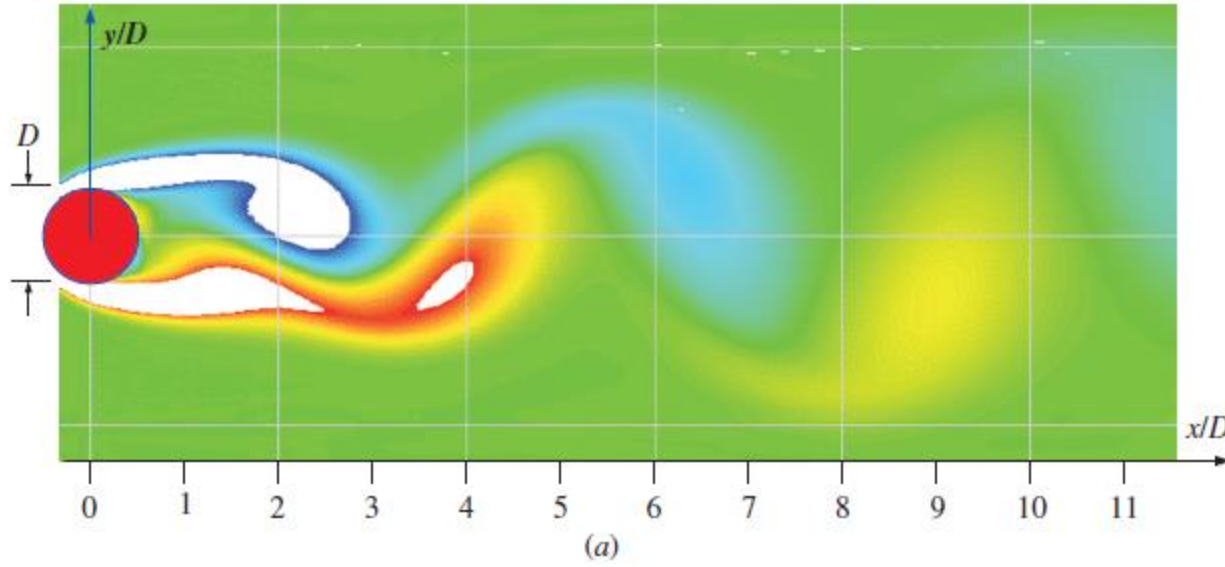
olarak tanımlanır. Bu ifade, yoğunluğu  $\rho$ , dinamik viskozitesi  $\mu$  ve kinematik viskozitesi  $\nu$  olan bir akışkanın  $V$  hızındaki serbest akımına bırakılan  $D$  çaplı silindir üzerindeki akışta kullanılır.

### ŞEKİL 15-40

Silindir etrafındaki akışın sıkıştırılamaz HAD simülasyonunda istenilen Reynolds sayısı elde edildiği sürece serbest akım hızı, silindir çapı veya akışkan türü önemli değildir.



$Re \approx 150$ 'de dairesel silindirin art izindeki laminar akış: (a) HAD ile oluşturulan vortisite konturlarının anlık resmi ve (b)  $x/D = 5$ 'e yerleştirilen duman telinin oluşturduğu zaman-integrallli çıkış çizgileri. Vortisite konturları, Kármán vortekslerinin art izinde hızlı bir şekilde bozulduğunu göstermektedir, ancak çıkış çizgileri geçmişlerini yukarıakımdan başlayarak "hafıza"larında tutar ve aşağıakımda çok uzaklara kadar vorteksler devam eder.



Dairesel silindirden dökülen vortekslerin yakından görünüşü:  
(a)  $Re = 150$ 'de HAD ile oluşturulan anlık vortisite konturuna ait çizim ve  
(b)  $Re = 140$ 'ta silindir yüzeyinden salınan boya ile oluşturulmuş boya çıkış çizgileri. Bu HAD resminin bir animasyonu kitabın internet sayfasında mevcuttur.

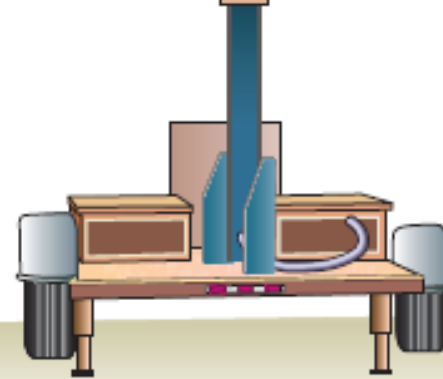
**TABLO 15-2**

$Re = 150$ 'de dairesel bir silindir üzerindeki daimi olmayan laminar akışa ait HAD sonuçları ile deneysel sonuçların karşılaştırılması\*

|       | $C_D$     | $St$ |
|-------|-----------|------|
| Deney | 1.1 – 1.4 | 0.18 |
| HAD   | 1.14      | 0.16 |

\* Uyumsuzluğun temel nedeni ağ çözünürlüğünden veya sayısal unsurlardan çok, büyük ihtimalle aç-boyutluluk etkileridir.

**DİKKAT!**  
**SIK BİR AĞIN**  
**FİZİKSEL OLARAK**  
**MUTLAKA DAHA**  
**DOĞRU BİR ÇÖZÜM**  
**VERMEŞİ BEKLENMEZ.**



**ŞEKİL 15-43**

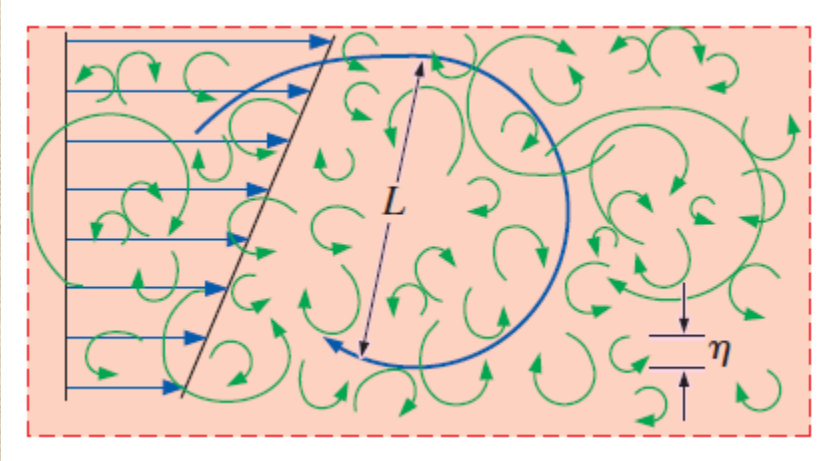
Kötü ağ çözünürlüğü doğru olmayan HAD çözümlerine yol açabilir, ancak daha sık bir ağ da fiziksel olarak daha doğru sonuçları garanti etmez. Eğer sınır şartları doğru şekilde belirtilmezse ağın ne kadar sık olduğuna bakılmaksızın sonuçlar fiziksel olarak anlamlı olmayabilir.

# 15–3 ■ TÜRBÜLANSLI HAD ÇÖZÜMLEMELERİ

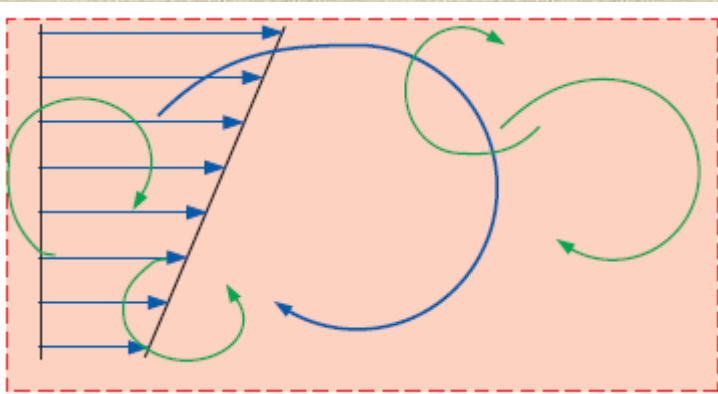
Türbülanslı akışın HAD simülasyonları, ortalama olarak akış alanının daimi olduğu durumlarda (istatistikçiler bu durumu **durağan** olarak nitelendirir) bile laminar akış simülasyonlarından daha zordur.

Bunun nedeni, türbülanslı akış alanının küçük ölçekteki özelliklerinin hiçbir zaman daimi olmaması ve her zaman üç-boyutlu olmasıdır. Bir türbülanslı akışta tüm yönlerde **türbülans girdapları** adı verilen rastgele (kaotik), girdaplı ve vorteks yapılar ortaya çıkar.

Bazı HAD hesaplamaları, türbülanslı akışın *tüm* ölçeklerinin daimi olmayan hareketini çözmek için bir girişimin yapıldığı **doğrudan sayısal simülasyon** (**direct numerical simulation, DNS**) adı verilen bir teknik kullanır.

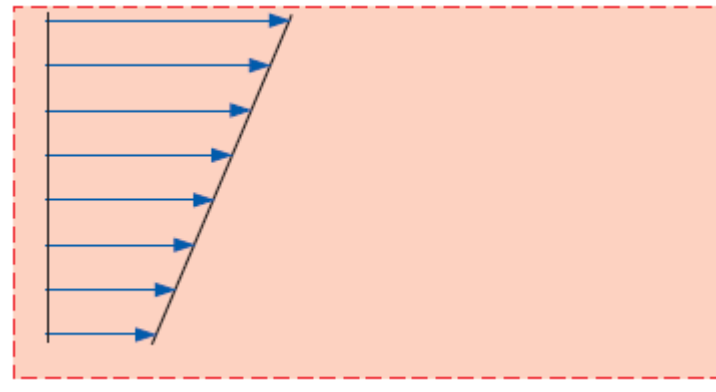


Ortalama olarak (*durağan*) daimi olan türbülanslı akışlar bile çeşitli büyüklüklerde daimi olmayan, üç-boyutlu *türbülans girdapları* içerir. Burada bazı girdaplar ve ortalama hız profili gösterilmiştir; en küçük türbülans girdapları (boyut  $\eta$ ) en büyük türbülans girdaplarından (boyut  $L$ ) çok küçük büyüklük mertebesinde. *Doğrudan sayısal simülasyon* (DNS), akıştaki ilgili *tüm* türbülans girdaplarının simülasyonunu yapan bir HAD tekniğidir.



**Büyük girdap simülasyonu (LES)** doğrudan sayısal simülasyonun basitleştirilmiş halidir. Burada sadece *büyük* türbülans girdapları çözülür – küçük girdaplar ise *modellenir* ve bu durum gelişmiş bilgisayara duyulan ihtiyacı önemli ölçüde azaltır. Şekilde ortalama hız profili ve çözülmüş girdaplar gösterilmiştir.

HAD hesaplamalarında bir *türbülans modeli* kullanıldığında *tüm* türbülans girdapları modellenir ve sadece Reynolds ortalamalı akış özellikleri hesaplanır. Şekilde ortalama hız profili gösterilmiştir. Çözülen *bir* türbülans girdabı yoktur.



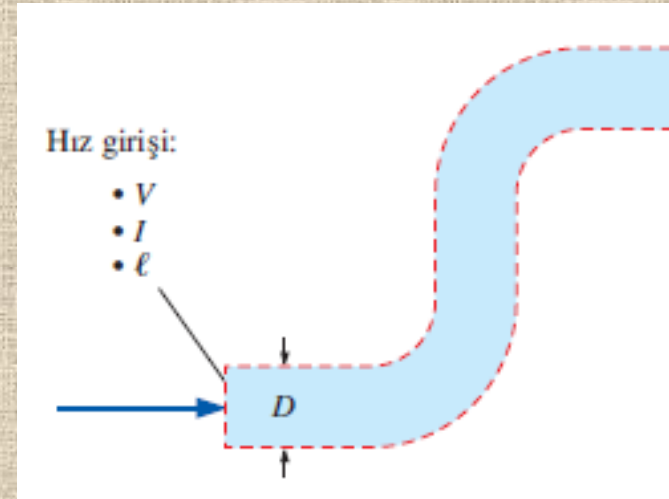
Bir türbülans modelini kullanırken daimi Navier-Stokes denklemi, **Reynolds-ortalamalı Navier-Stokes** (Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS) denklemi adı verilen denklemle yer değiştirilir. Daimi (durağan), sıkıştırılamaz ve türbülanslı akış için bu denklem

**Daimi RANS denklemi:** 
$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P' + \nu \nabla^2 \vec{V} + \vec{\nabla} \cdot (\tau_{ij, \text{türbülans}})$$

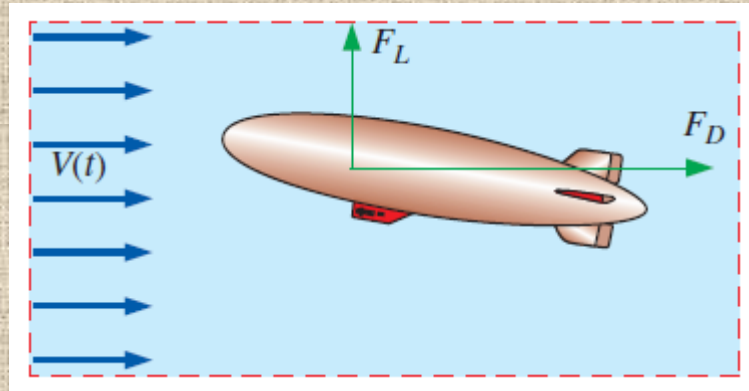
**Özgül Reynolds  
gerilme tensörü**

$$\tau_{ij, \text{türbülans}} = -\begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix}$$

Basınç girişi veya hız girişi sınır şartındaki türbülans özellikleri için pratik bir kural olarak, türbülans yoğunluğunu %10, türbülans uzunluk ölçeğini ise problemdeki karakteristik uzunluk ölçeğinin yarısı alabiliriz ( $\ell = D/2$ ).

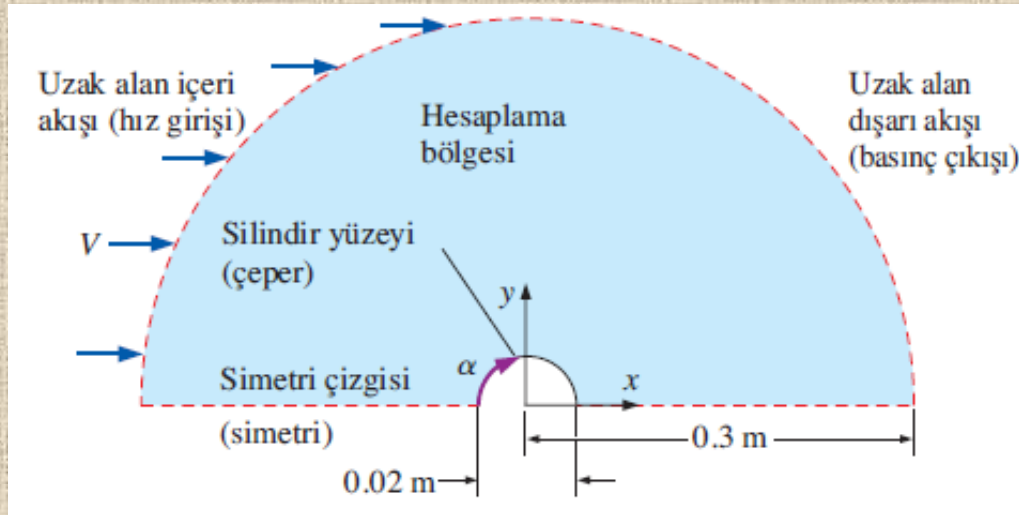


Türbülanslı akışa ait HAD çözümleri, hesaplamalarda kullanılan türbülans modelinin uygunluğu ve geçerliliği kadar iyidir.

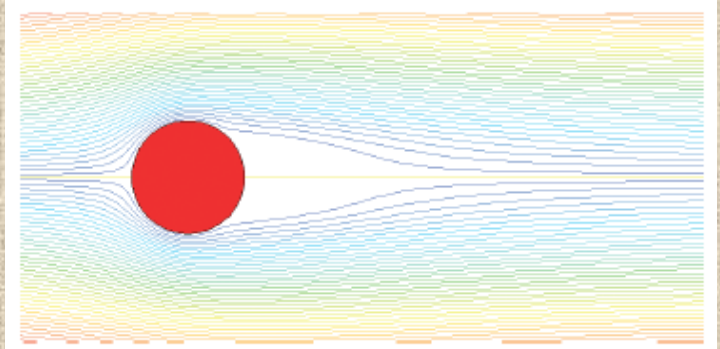


Türbülans modeli çoğu HAD hesaplamalarının *durağan* (ortalama olarak daimi) olmasına karşın, türbülans modellerini kullanarak *daimi olmayan* türbülanslı akış alanlarını hesaplamak da mümkündür. Bir cisim üzerinden akış durumunda, daimi olmayan sınır şartlarını uygulayabilir ve daimi olmayan akış alanının genel özelliklerini hesaplamak üzere zaman adımlı olarak ilerleyebiliriz.

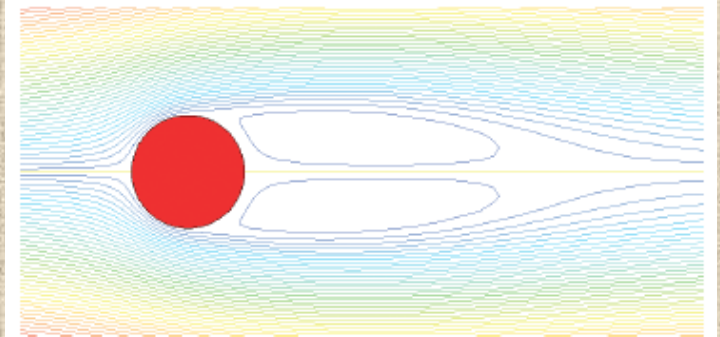
# Re=10000'de Dairesel Bir Silindir Etrafındaki Akış



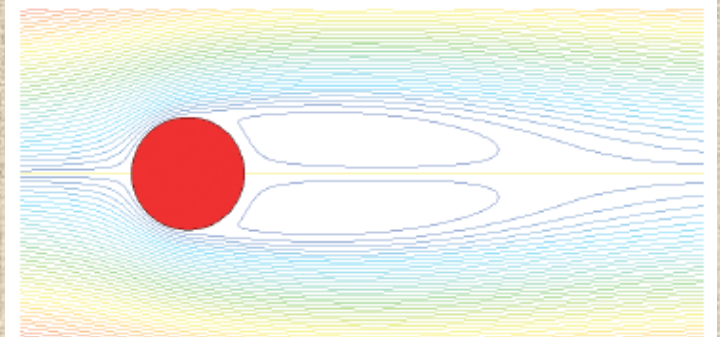
Re = 10000'de dairesel silindir üzerinde durağan türbülanslı akışın HAD hesaplamaları ile oluşturulan akım çizgileri: (a) Kaba ağ ( $30 \times 60$ ) (b) orta ağ ( $60 \times 120$ ) ve (c) sık ağ ( $120 \times 240$ ). Akışın sadece üst yarısı hesaplanmıştır – alt yarı ise üst yarının ayna görüntüsü olarak verilmiştir.



(a)

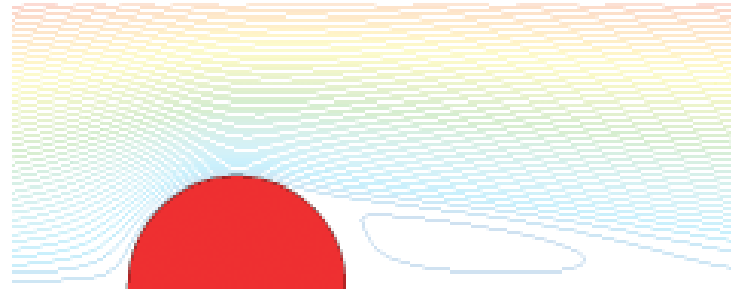


(b)



(c)

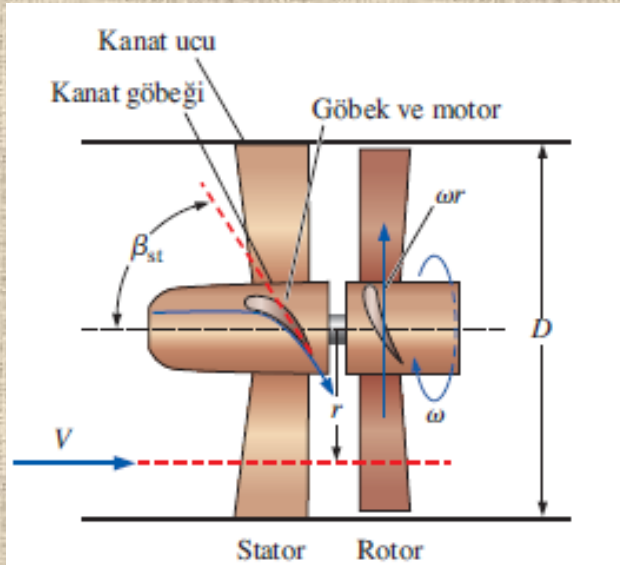
## Re=10<sup>7</sup>'de Dairesel Bir Silindir Etrafındaki Akış



**ŞEKİL 15-50**

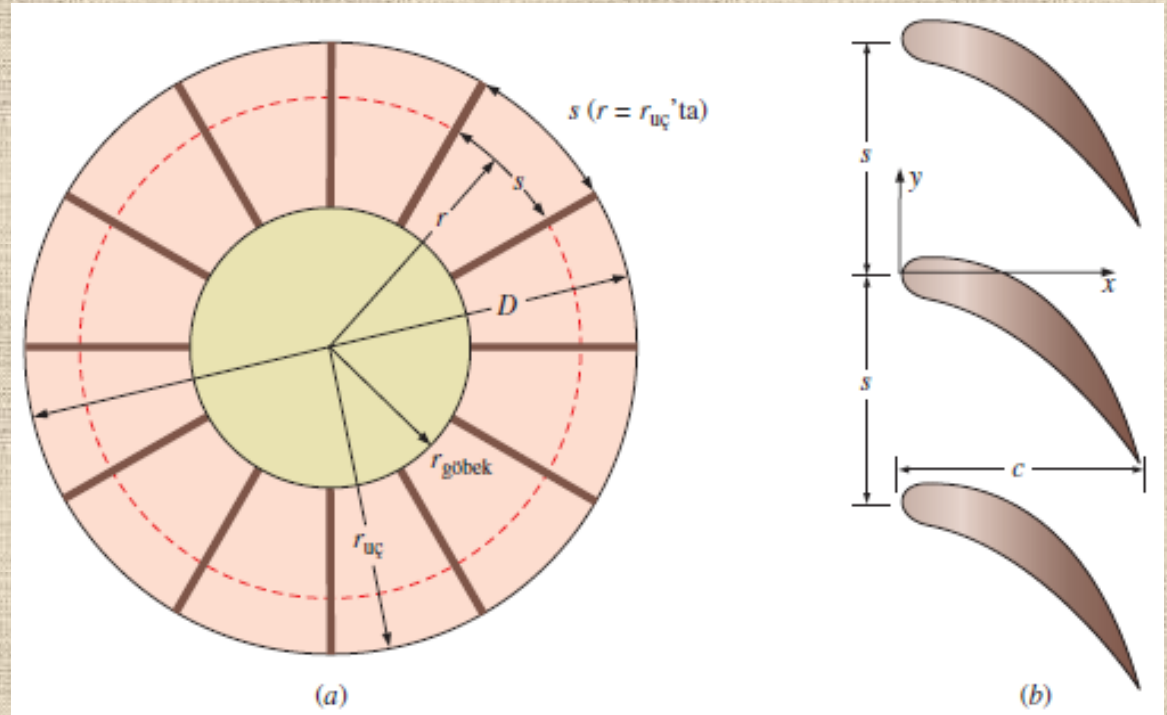
Re = 10<sup>7</sup>'de dairesel silindir üzerindeki durağan türbülanslı akışın HAD hesaplamaları ile oluşturulan akım çizgileri. Ne yazık ki bu durum için kestirilen direnç katsayısı gerçekçi olmaktan uzaktır.

# Sabit Yönlendiricili Eksenel Akışlı Fan için Stator Tasarımı



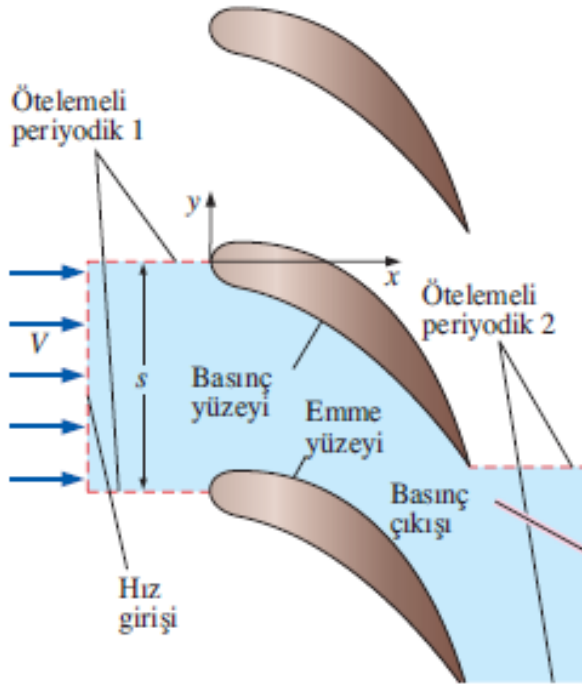
**ŞEKİL 15-51**

Tasarlanan sabit yönlendiricili eksenel akışlı fanın şematik diyagramı. Stator rotordan öncedir ve stator kanatlarındaki akış HAD ile modelleneyecektir.



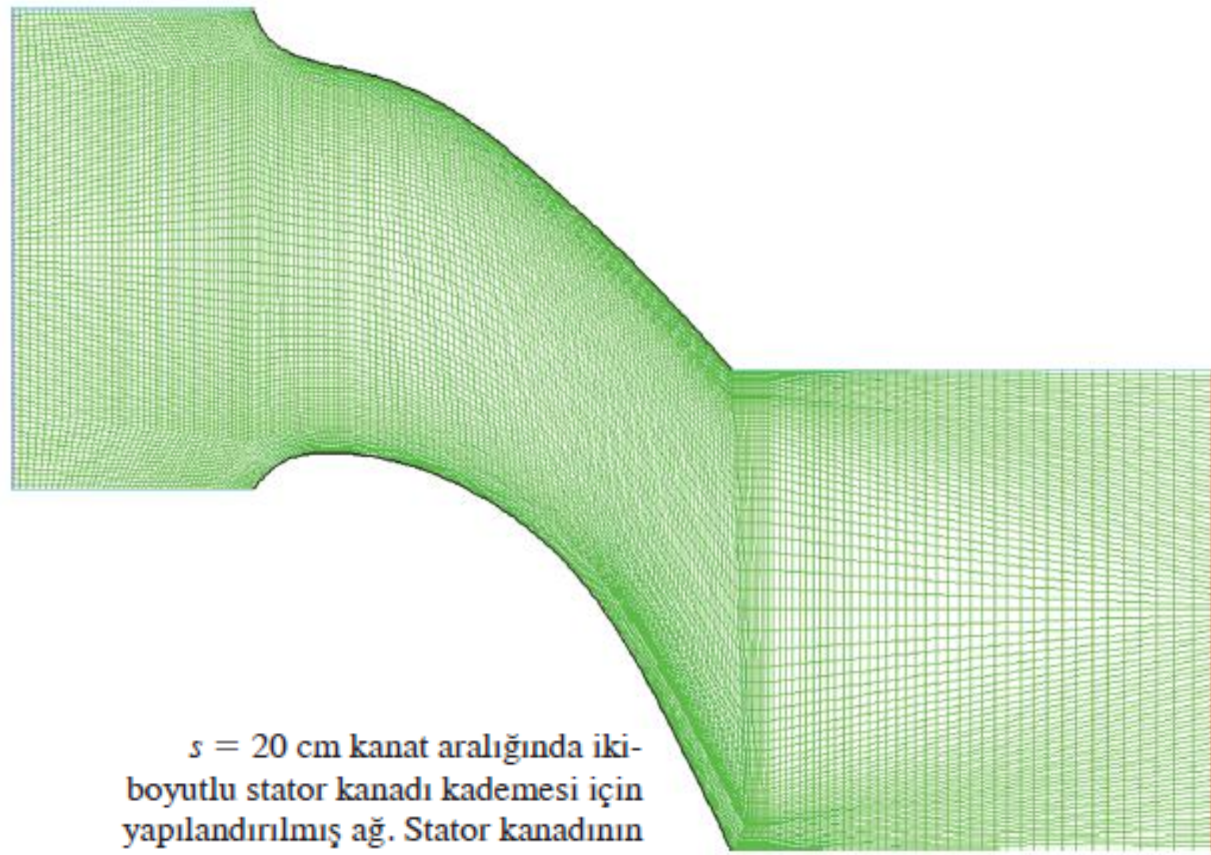
*Kanat aralığı  $s$ 'nin tanımı: (a) Statorun önden görünüşü ve (b) iki-boyutlu kademeli dizi olarak modellenen statorun yandan görünüşü. Önden görünüşte 12 tane radyal stator kanadı gösterilmiştir, ancak kanatların gerçek sayısı bulunacaktır. Stator kanatları kademeli dizi şeklinde gösterilmiştir, ancak gerçekte kademeli dizi sonsuz sayıda kanattan*

*oluşur ve bunların her biri  $r$  yarıçapı ile artan  $s$  kadar kanat aralığı ile yerleştirilmiştir. İki-boyutlu kanat dizisi,  $r$  yarıçapında ve  $s$  kanat aralığında üç-boyutlu akışın bir yaklaşıdırımıdır. Kiriş uzunluğu  $c$  stator kanadının yatay uzunluğu olarak tarif edilir.*



### ŞEKİL 15-53

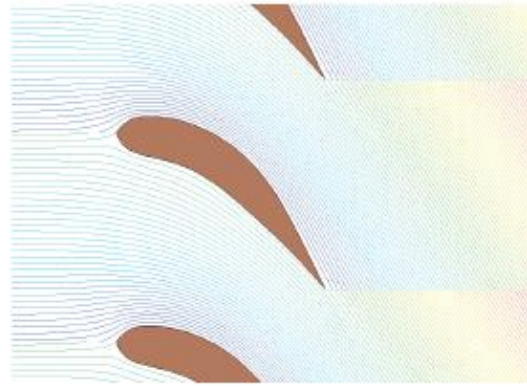
İki stator kanadı arasındaki bir akış kanalı ile tanımlanan hesaplama bölgesi (açık mavi renkli bölge). Kanalın üst çeperi basınç yüzeyi, alt çeperi ise emme yüzeyidir. İki ötelemeli periyodik çift tanımlanmıştır: periyodik 1 yukarıakımda, periyodik 2 ise aşağıakımdadır.



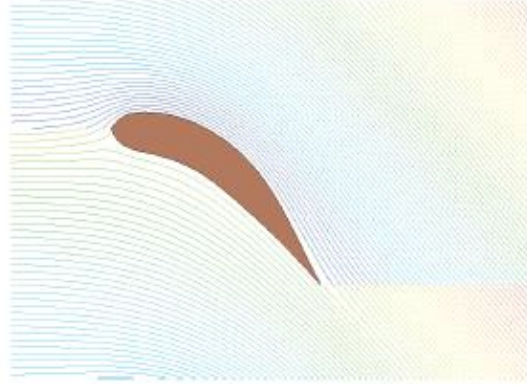
$s = 20$  cm kanat aralığında iki-boyutlu stator kanadı kademesi için yapılandırılmış ağ. Stator kanadının emme yüzeyinde akış ayrılması meydana gelmesi halinde basınç çıkışında geri akış olmaması için, kanatların art izindeki çıkış akışı bölgesi kasıtlı olarak giriştekenden daha uzun alınmıştır. Çıkış, stator kanadı çıkış kenarının aşağıakımında bir giriş uzunluğu mesafededir. Bu çıkış ayrıca rotor kanatlarının giriş kenarlarının konumudur (burada gösterilmemiştir).



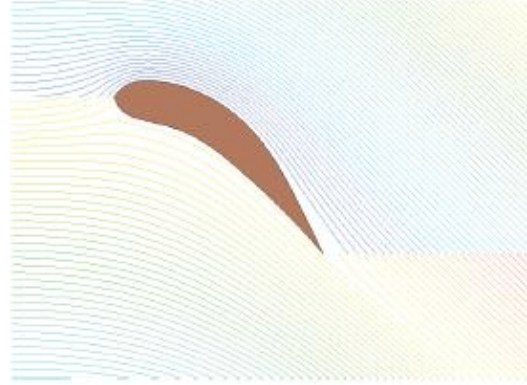
(a)



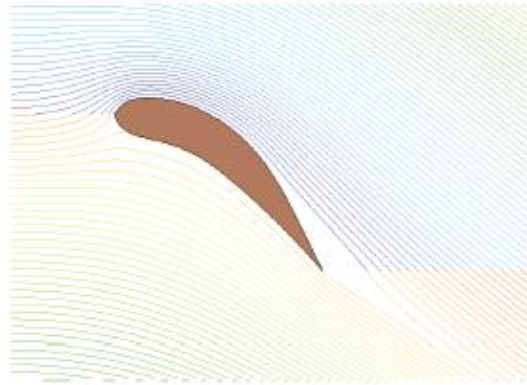
(b)



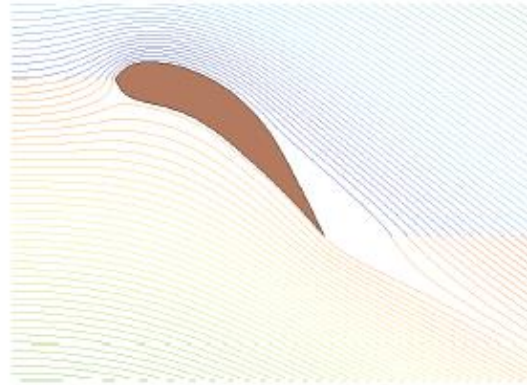
(c)



(d)



(e)



(f)

**TABLO 15-3**

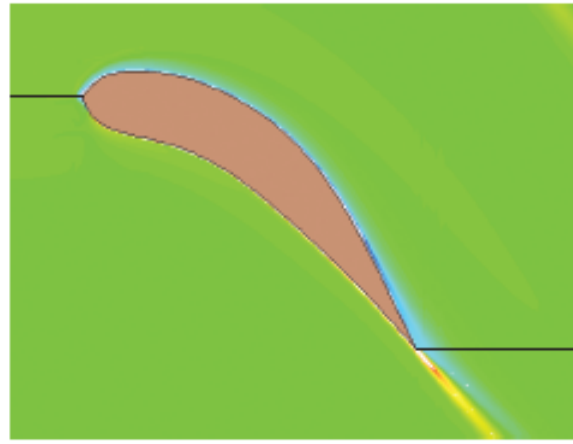
Ortalama çıkış akış açısının  $\beta_{\text{ort}}$ , ortalama çıkış akış hızının  $V_{\text{ort}}$  ve birim derinlik başına hesaplanan direnç kuvvetinin  $F_D/b$ , kanat aralığı  $s$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi \*

| $s$ , cm | $\beta_{\text{ort}}$ , derece | $V_{\text{ort}}$ , m/s | $F_D/b$ , N/m |
|----------|-------------------------------|------------------------|---------------|
| 10       | 60.8                          | 103                    | 554           |
| 20       | 56.1                          | 89.6                   | 722           |
| 30       | 49.7                          | 77.4                   | 694           |
| 40       | 43.2                          | 68.6                   | 612           |
| 50       | 37.2                          | 62.7                   | 538           |
| 60       | 32.3                          | 59.1                   | 489           |

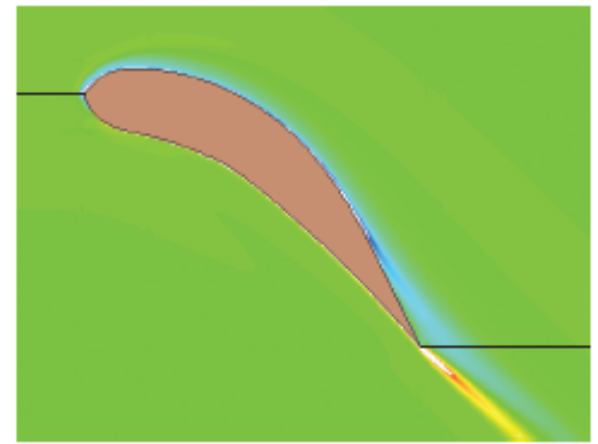
\* Hesaplanan tüm değerler üç anlamlı basamağa göre verilmiştir. HAD hesaplamaları çeper fonksiyonlu  $k-\varepsilon$  türbülans modeli ile gerçekleştirilmiştir.

Bir stator kanadı akış kanalında durağan türbülanslı akış için HAD hesaplamaları ile elde edilen akım çizgileri: (a) Kanat aralığı  $s = 10$  (b) 20 (c) 30 (d) 40 (e) 50 ve (f) 60. HAD hesaplamaları, çeper fonksiyonlu  $k-\varepsilon$  türbülans modeli ile gerçekleştirilmiştir. (a)'daki resimde verilen akış açısı  $\beta$ , stator kanadının hemen aşağıakımında yataya göre ortalama akış açısı olarak tanımlanmıştır.

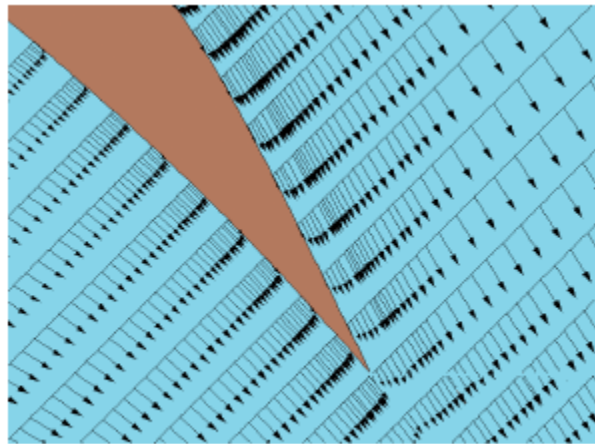
Stator kanadı akış kanalındaki durağan türbülanslı akışa ait HAD hesaplamaları ile oluşturulan vortisite konturu çizimleri: Kanat aralığı (a)  $s = 30$  cm ve (b)  $s = 40$  cm. Akış alanı, çeper boyunca olan ince sınır tabaka ve art izi kısmı hariç büyük oranda dönümsüzdür (vortisite sıfırdır). Ancak (b) durumunda olduğu gibi sınır tabaka ayrıldığında, vortisite ayrılmış akış bölgesi boyunca yayılır.



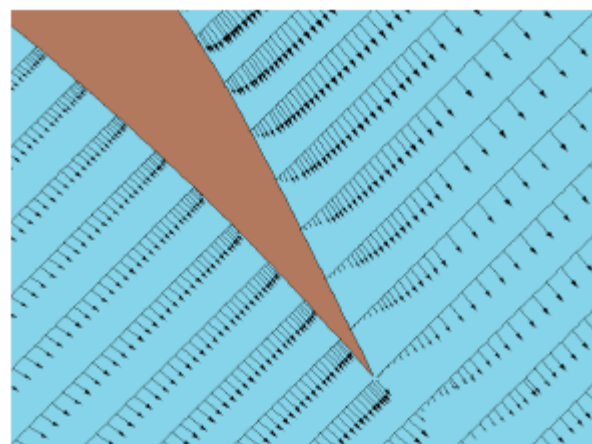
(a)



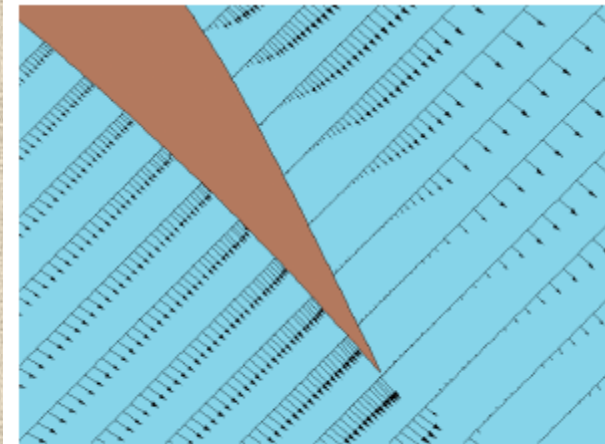
(b)



(a)



(b)



(c)

Stator kanadı akış kanalındaki durağan türbülanslı akışa ait HAD hesaplamaları ile oluşturulan hız vektörleri: Kanat aralığı (a)  $s = 20$  cm (b) 40 cm (c) 60 cm

Kullanılabilir çevre:

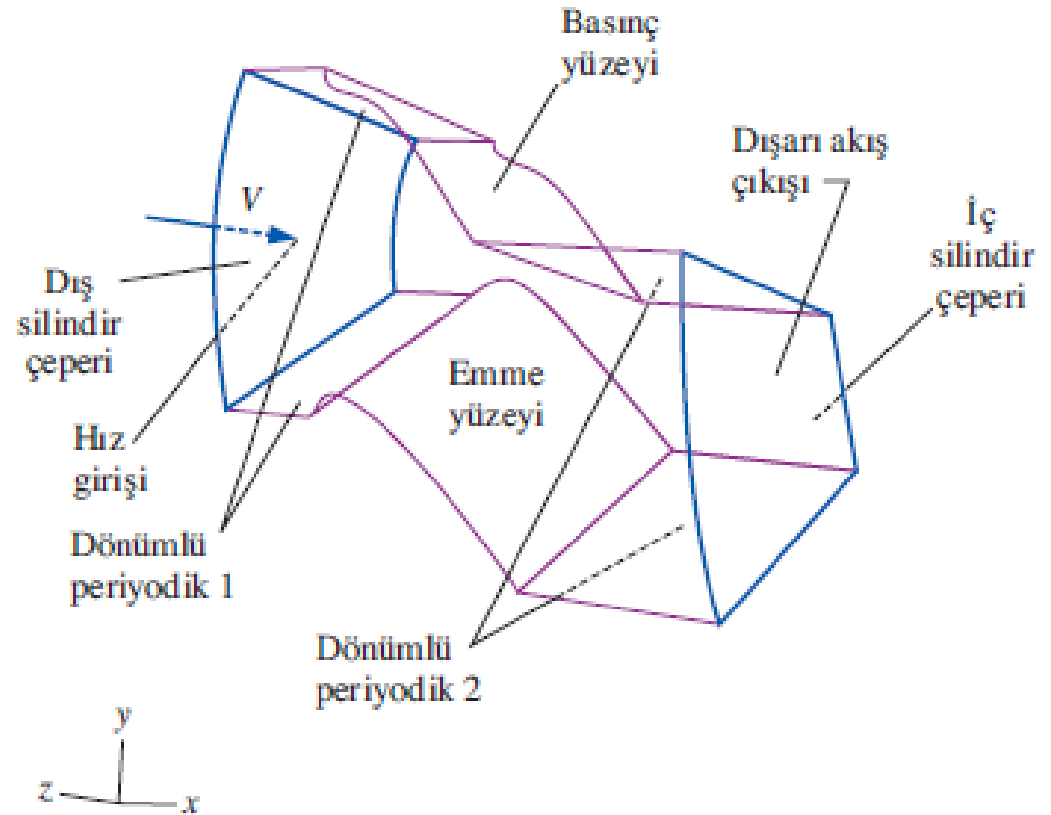
$$C = 2\pi r_{uç} = \pi D$$

Maksimum kanat sayısı:

$$N = \frac{C}{s} = \frac{\pi D}{s} = \frac{\pi(100 \text{ cm})}{30 \text{ cm}} = 10.5$$

### ŞEKİL 15-58

$N = 10$  için iki stator kanadı arasında tek bir akış kanalı ile tanımlanmış üç-boyutlu hesaplama bölgesi (kanatlar arasındaki açı  $= 36^\circ$  dir). Hesaplama bölgesinin hacmi, stator kanadının basınç ve emme yüzeyleri arasında, iç ve dış silindir çeperleri arasında ve girişten çıkışa kadar tanımlanmıştır. Şekilde gösterildiği gibi iki çift dönümlü periyodik sınır şartı tanımlanmıştır.

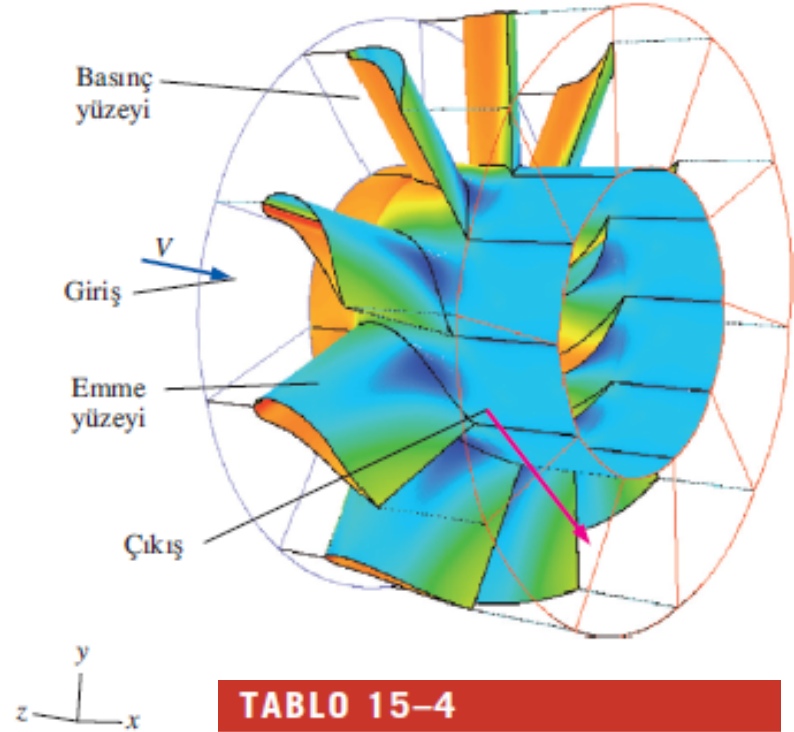


### ŞEKİL 15-59

Bir stator kanadı akış kanalı içerisindeki akışa ait üç-boyutlu daimi türbülanslı HAD hesaplamaları ile elde edilen basınç konturları. Basınç, kanat yüzeylerinde ve iç silindir çeperinde (göbekte)  $N/m^2$  olarak gösterilmiştir. Giriş ve çıkışın dış hatları da daha anlaşılır bir görüntü vermek amacıyla çizilmiştir. HAD hesaplamalarında sadece bir akış kanalı modellenmesine karşın, stator akış alanının tamamını görüntülemek için resim  $x$ -ekseni etrafında çevresel olarak dokuz kez kopyalanmıştır. Bu resimde yüksek basınçlar (kanatların basınç yüzeylerinde olduğu gibi) kırmızı, düşük basınçlar ise (kanatların emme yüzeylerinde özellikle göbek yakınında olduğu gibi) mavidir.



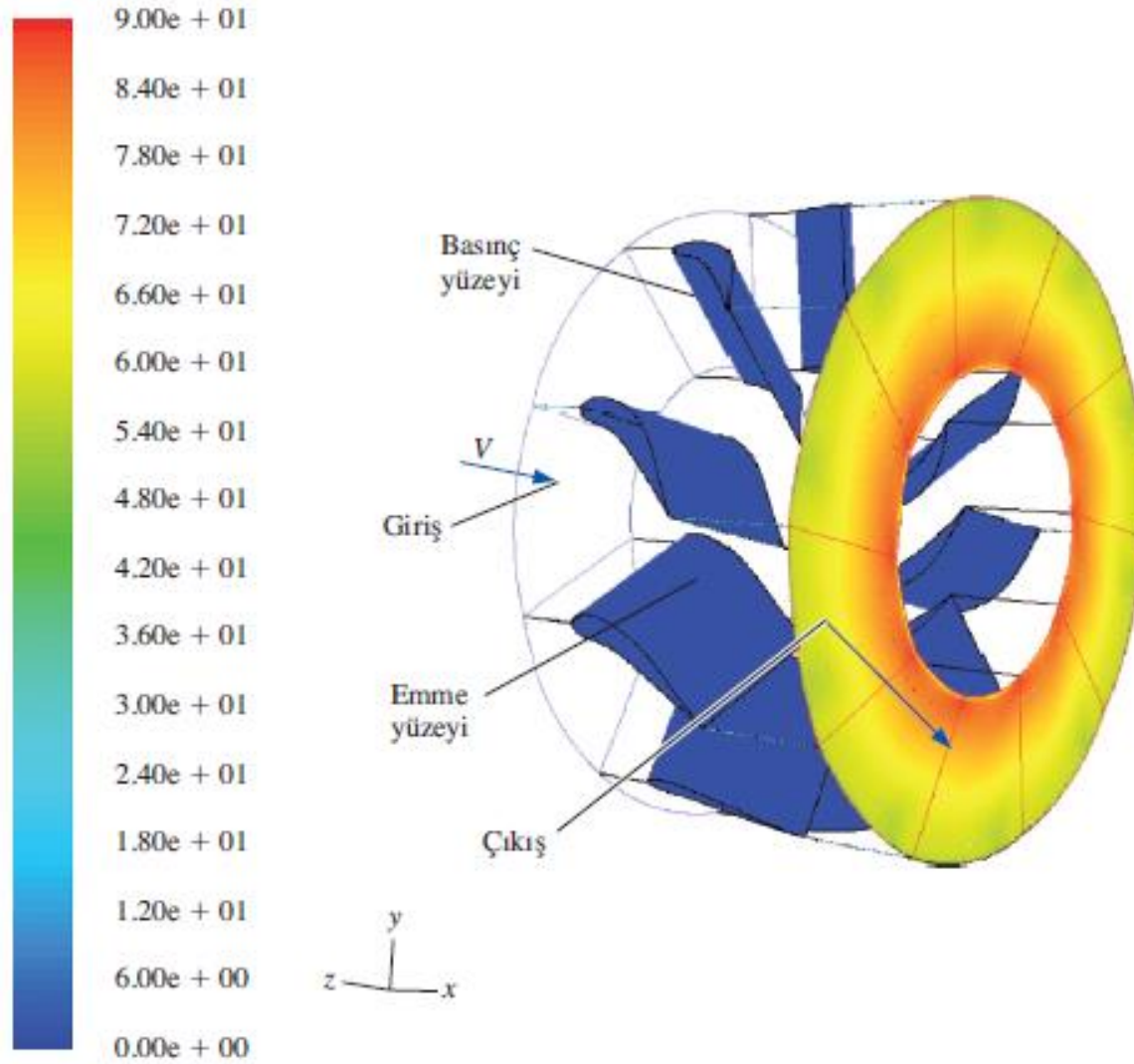
3.58e + 03  
2.88e + 03  
2.17e + 03  
1.46e + 03  
7.58e + 02  
5.16e + 01  
-6.55e + 02  
-1.36e + 03  
-2.07e + 03  
-2.77e + 03  
-3.48e + 03  
-4.19e + 03  
-4.89e + 03  
-5.60e + 03  
-6.30e + 03



**TABLO 15-4**

Bir stator kanadı akış kanalı içerisindeki akışa ait HAD sonuçları: Ortalama kanat aralığındaki iki-boyutlu kademeli dizi yaklaşımı ( $s = s_{ort} = 23.6$  cm) üç-boyutlu hesaplama ile karşılaştırılmıştır\*

|                 | 2-B,<br>$s = 23.6$ cm | Tamamen<br>3-B |
|-----------------|-----------------------|----------------|
| $\beta_{ort}$   | 53.9°                 | 53.3°          |
| $V_{ort}$ , m/s | 84.8                  | 84.7           |
| $F_D/b$ , N/m   | 724                   | 732            |

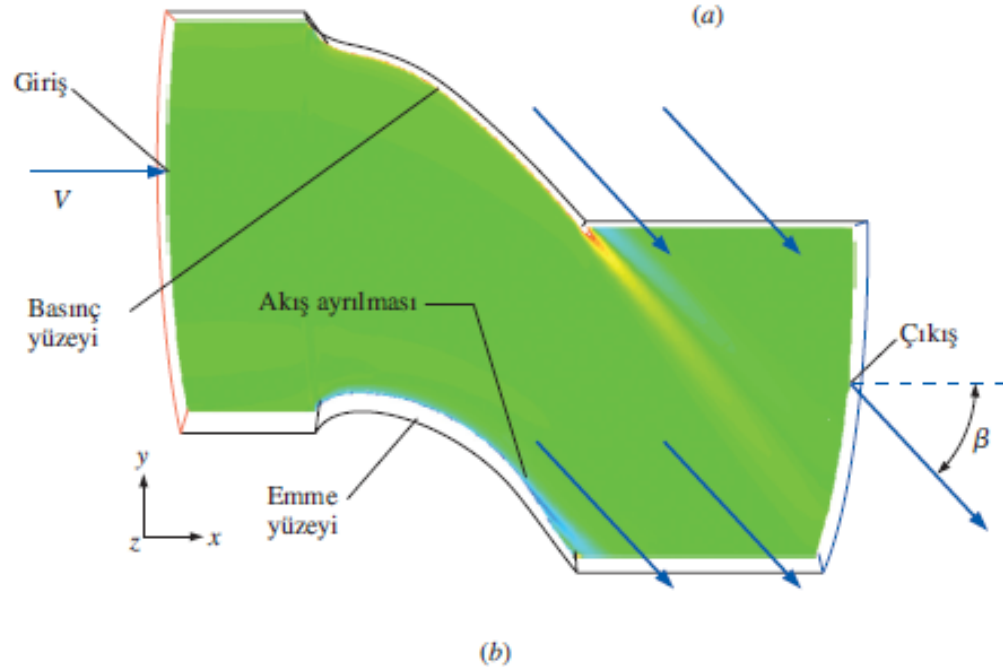
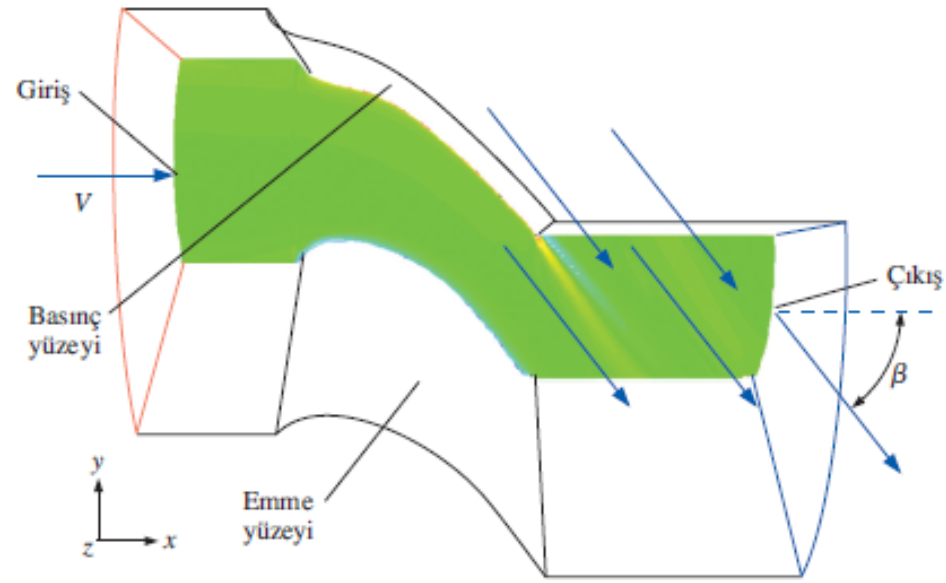


**ŞEKİL 15-60**

Bir stator kanadı akış kanalında durağan türbülanslı akışa ait üç-boyutlu HAD hesaplamaları ile oluşturulan renkli teğetsel hız konturlarının çizimi. Teğetsel hız bileşeni hesaplama bölgesi çıkışında (ayrıca hızın sıfır olduğu kanat yüzeylerinde) m/s cinsinden gösterilmiştir. Hesaplama bölgesine giriş kısmının sınır çizgisi de daha net bir görüntü vermek amacıyla çizilmiştir. Sadece bir akış kanalının modellenmesine rağmen stator akış alanının tamamını görüntülemek için resim x-ekseni etrafında çevresel olarak dokuz kez kopyalanmıştır. Bu renk ölçekli resimde teğetsel hız 0'dan (mavi) 90 m/s'ye (kırmızı) kadar değişmektedir.

## ŞEKİL 15-61

Bir stator kanadı akış kanalında durağan türbülanslı akışa ait üç-boyutlu HAD hesaplamaları ile oluşturulan vortisite konturlarının çizimi: (a) Kanatların göbek yakınında bir en-kesit dilimi ve (b) kanatların ucu yakınında bir en-kesit dilimi. Yüzler  $z$ -eksenine hemen hemen dik olduğundan,  $z$ -vortisite konturları çizilmiştir. Bu resimlerde mavi kısımlar (art izinin üst yarısında ve akış ayrılması bölgesinde olduğu gibi) negatif (saat yönünde)  $z$ -vortisitesini, kırmızı kısımlar ise (art izinin alt yarısında olduğu gibi) pozitif (saat yönünün tersine)  $z$ -vortisitesini göstermektedir. Göbek yakınında akış ayrılmasına dair bir işaret yoktur, ancak uç yakınında, kanat emme tarafının çıkış kenarı yakınında akış ayrılmasına dair bazı işaretler vardır. Ayrıca burada periyodik sınır şartının nasıl işe yaradığını gösteren oklar konulmuştur. Periyodik sınırın *altını* terk eden akış, aynı hız ve yön ile periyodik sınırın *üstüne* girer. Stator kanatlarının göbeği yakınındaki dışarı akış açısı  $\beta$  uç yakınındaki değerden daha büyüktür, çünkü göbekteki kanat aralığı  $s$  uçta olduğundan daha küçüktür ve ayrıca uç yakınında orta derecede akış ayrılması oluşmaktadır.

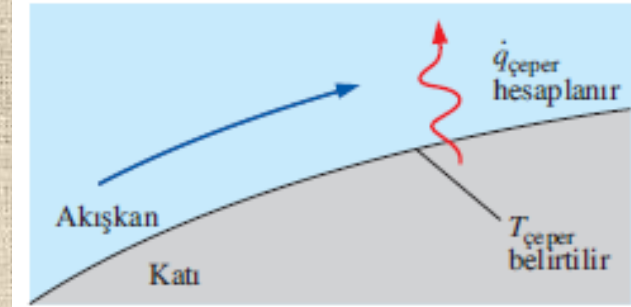


# 15-4 ■ ISI GEÇİŞİNİN BULUNDUĞU HAD

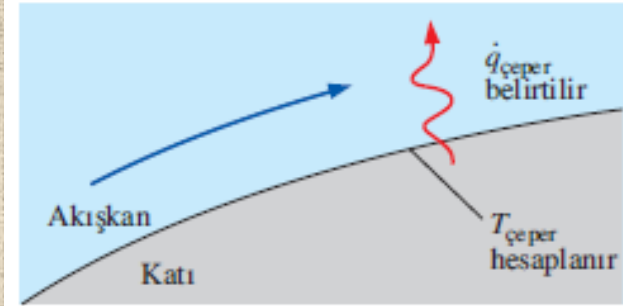
Enerji denkleminin diferansiyel biçimi ile akışkan hareket denklemlerini birleştirerek **ısı geçişi** (sıcaklık dağılımları veya bir katı yüzeyden bir akışkana geçen ısı miktarı vb.) ile ilgili özellikleri hesaplamak amacıyla bir hesaplamalı akışkanlar dinamiği yazılımını kullanabiliriz

Enerji denklemi skaler bir denklem olduğundan fazladan sadece *bir* transport denklemi (tipik olarak ya sıcaklık ya da entalpi için) gerekir ve bu durum sayısal maliyeti (CPU zamanı ve RAM ihtiyacını) önemli miktarda artırmaz.

Mühendislikteki birçok pratik problem hem akış *hem de* ısı geçişi içerdiğinden, ısı geçişinin modellenmesi çoğu ticari HAD yazılımlarında mevcuttur. Daha önce de söz edildiği gibi, ısı geçişi ile ilgili ilave sınır şartlarının belirtilmesi gereklidir.



(a)

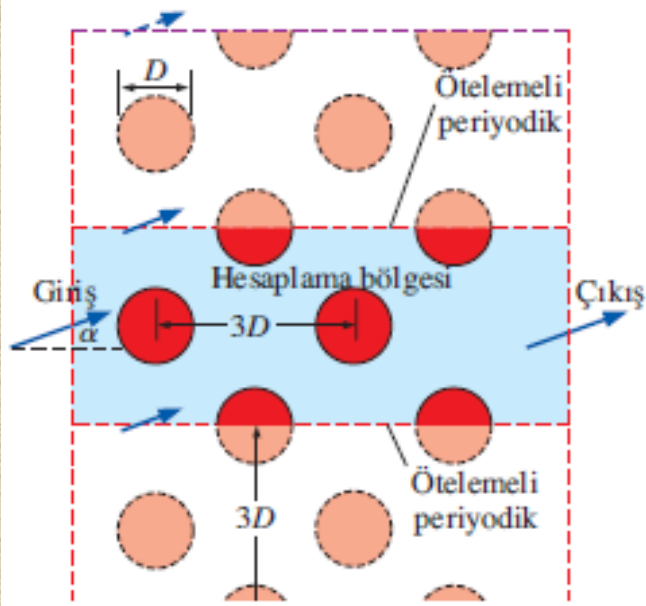


(b)

## ŞEKİL 15-62

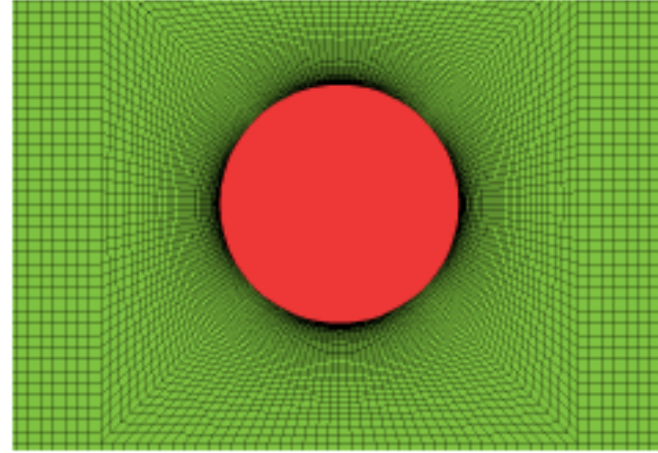
Çeper sınırında ya (a) çeper sıcaklığını ya da (b) çeper ısı akısını belirtebiliriz (matematiksel olarak aşırı belirtme yol açacağından bunların ikisi birden belirtilemez).

# Çapraz Akışlı Isı Değiştiricisinde Sıcaklık Artışı



**ŞEKİL 15-63**

Çapraz akışlı ısı değiştiricisindeki türbülanslı hesaplama bölgesi akışı modellemek için kullanılan sayısal bölge (açık mavi gölgeli kısım). Akış sol taraftan yatayla  $\alpha$  açısı yapacak şekilde girmektedir.

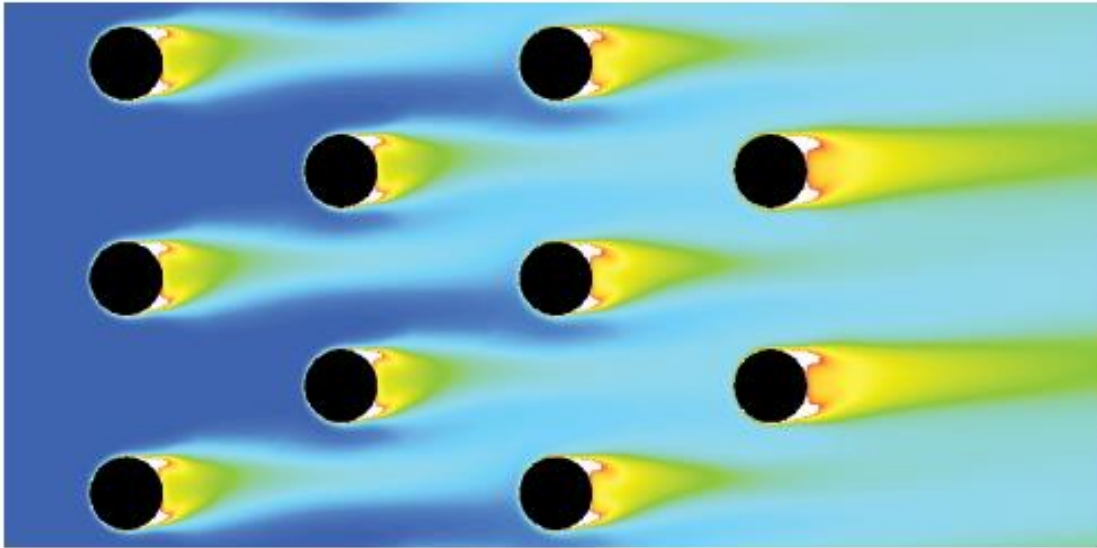
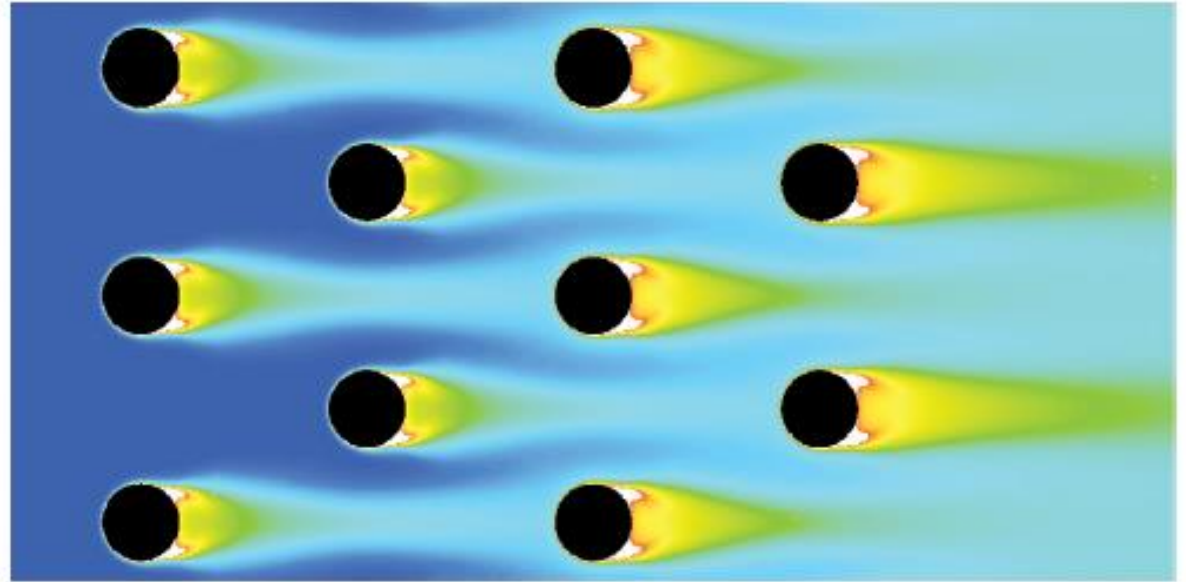


**ŞEKİL 15-64**

Çapraz-akışlı ısı değiştiricisi borularının biri yakınındaki yapılandırılmış ağın yakından görünüşü. Çeper sınır tabakasının daha iyi çözülebilmesi için boru çeperleri yakınında sık ağ oluşturulmuştur.

### ŞEKİL 15-65

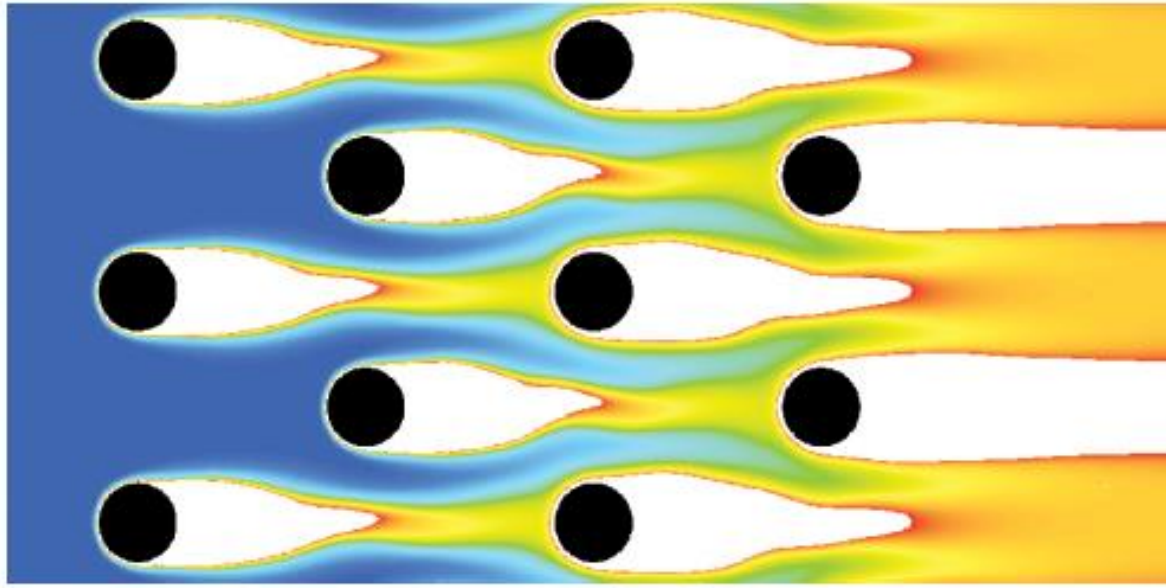
Pürüzsüz borulu çapraz-akışlı bir ısı değiştiricisi içerisindeki durağan türbülanslı akışın  $\alpha = 0^\circ$  için HAD hesaplamaları ile oluşturulan sıcaklık konturları. Renkli konturlar 300 K'den (mavi) 315 K'e (kırmızı) ve daha yüksek sıcaklıklara (beyaz) kadar değişmektedir. Girişteki hava sıcaklığına göre çıkıştaki ortalama hava sıcaklığı 5.51 K artmaktadır. Hesaplamalar Şekil 15-63'teki hesaplama bölgesinde gerçekleştirilmiş olmasına karşın, buradaki resim daha iyi görülebilmesi için 3 kat büyütülmüştür.



### ŞEKİL 15-66

Pürüzsüz borulu çapraz-akışlı bir ısı değiştiricisi içerisindeki durağan türbülanslı akışın  $\alpha = 0^\circ$  için HAD hesaplamaları ile oluşturulan sıcaklık konturları. Renkli konturlar 300 K'den (mavi) 315 K'e (kırmızı) ve daha yüksek sıcaklıklara (beyaz) kadar değişmektedir. Girişteki hava sıcaklığına göre çıkıştaki ortalama hava sıcaklığı 5.65 K artmaktadır. Buna göre eksene paralel olmayan giriş akışı ( $\alpha = 10^\circ$ ), eksene paralel giriş akışından ( $\alpha = 0^\circ$ ) %2.5 daha yüksek bir sıcaklık artışı meydana getirmektedir.

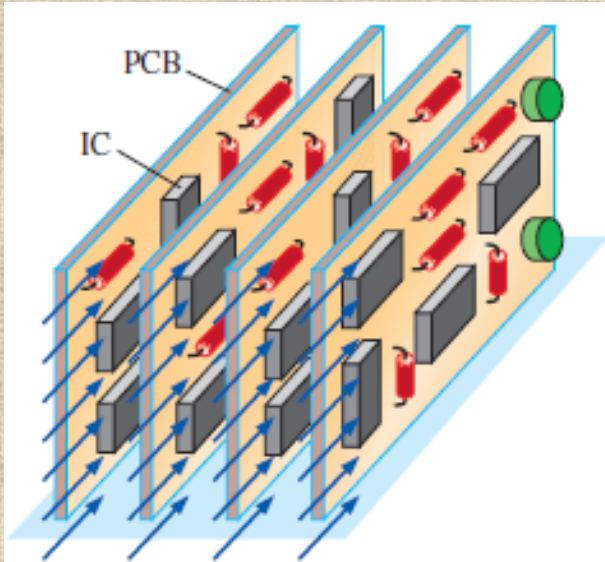
### ŞEKİL 15-67



Pürüzlü borulu (ortalama çeper pürüzlülük yüksekliği boru çapının % 1'i olup HAD hesaplamalarında çeper fonksiyonları kullanılmıştır) çapraz-akışlı bir ısı değiştiricisi içerisindeki durağan türbülanslı akışın  $\alpha = 0^\circ$  için

HAD hesaplamaları ile oluşturulan sıcaklık konturları. Renkli konturlar 300 K'den (mavi) 315 K'e (kırmızı) ve daha yüksek sıcaklıklara (beyaz) kadar değişmektedir. Girişteki hava sıcaklığına göre çıkıştaki ortalama hava sıcaklığı 14.48 K artmaktadır. Buna göre, yüzey pürüzlülüğü etkisi ile pürüzsüz boruya göre %163 daha yüksek bir sıcaklık artışı olmaktadır.

# Bütünleşik Devre Yongaları Dizisinin Soğutulması

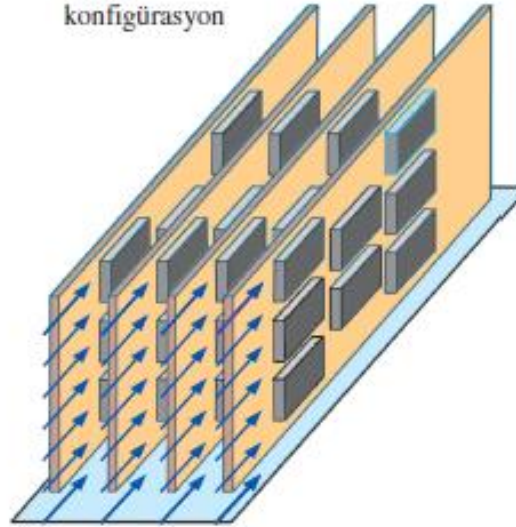


Soğutma havası  $V = 2.60 \text{ m/s}$  ve  $T_{\infty} = 30^{\circ}\text{C}$

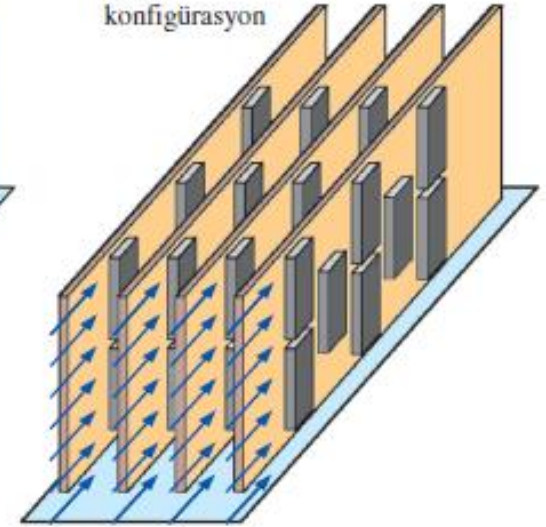
## ŞEKİL 15-68

Dört adet baskı devre kartı (PCBs) sıra halinde yerleştirilmiştir. Soğutma amacıyla her bir PCB arasından hava üflenmektedir.

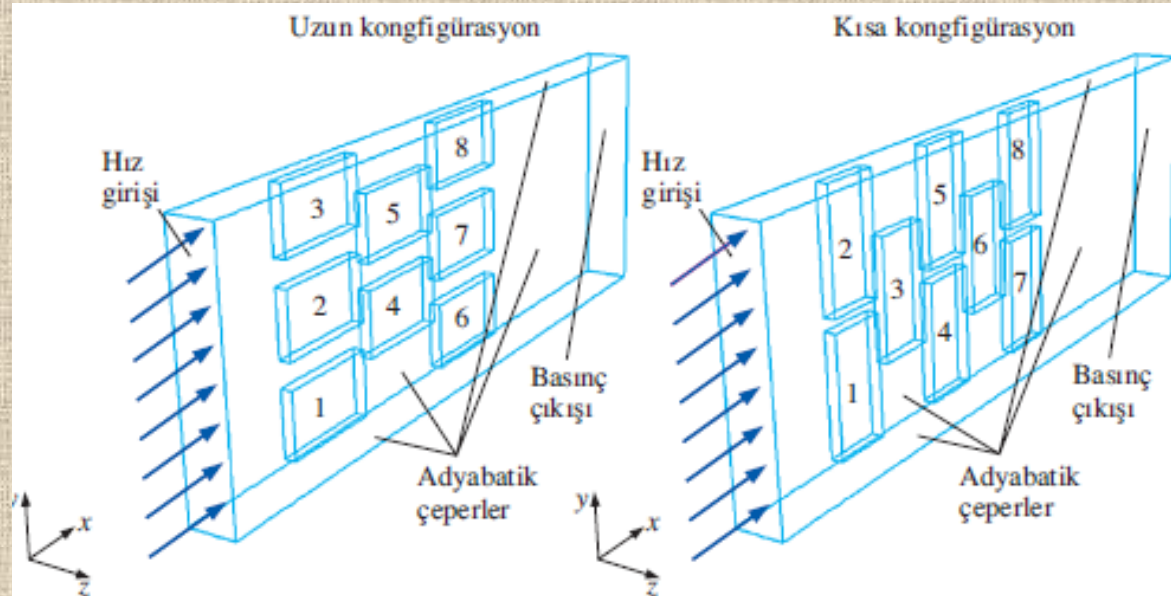
Uzun  
konfigürasyon



Kısa  
konfigürasyon



PCB üzerindeki 8 adet IC için muhtemel iki konfigürasyon: Uzun konfigürasyon ve kısa konfigürasyon. Şimdiden hangi konfigürasyonun yongalara en iyi soğutma sağlayacağını söyleyebilir misiniz?



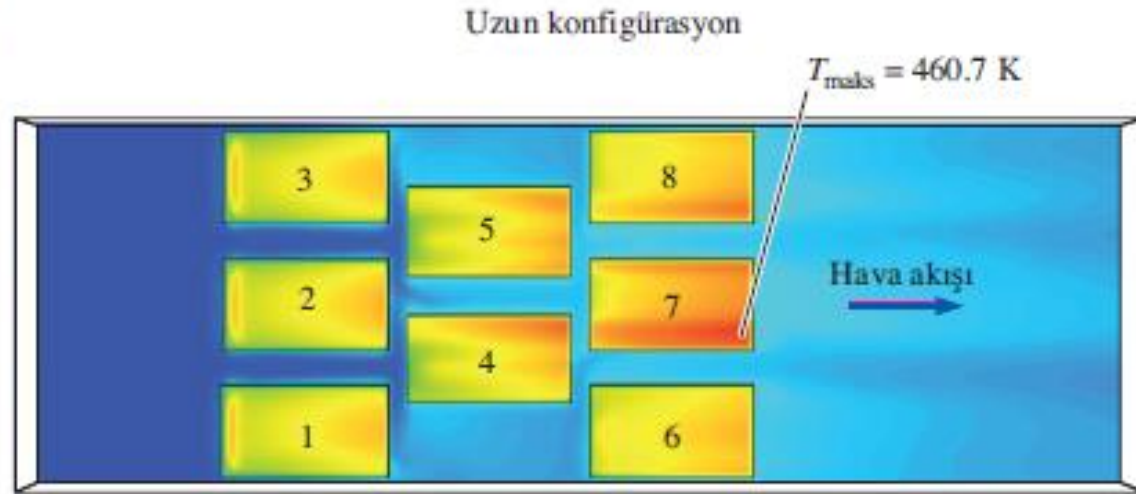
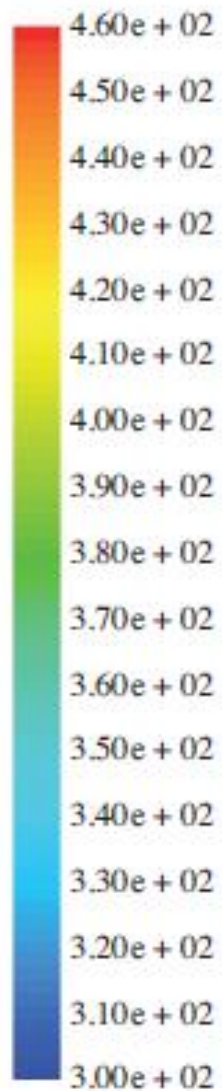
**ŞEKİL 15-70**

Yonga soğutma örneği için hesaplama bölgesi. İki PCB arasındaki aralıktan geçen hava modellenmektedir. Biri uzun diğeri ise kısa konfigürasyonlu olmak üzere iki ayrı ağ oluşturulmuştur. Yongalara 1'den 8'e kadar numara verilmiştir. Bu yonga yüzeyleri ısıyı havaya transfer etmekte, diğer tüm yüzeyler ise adyabatiktir.

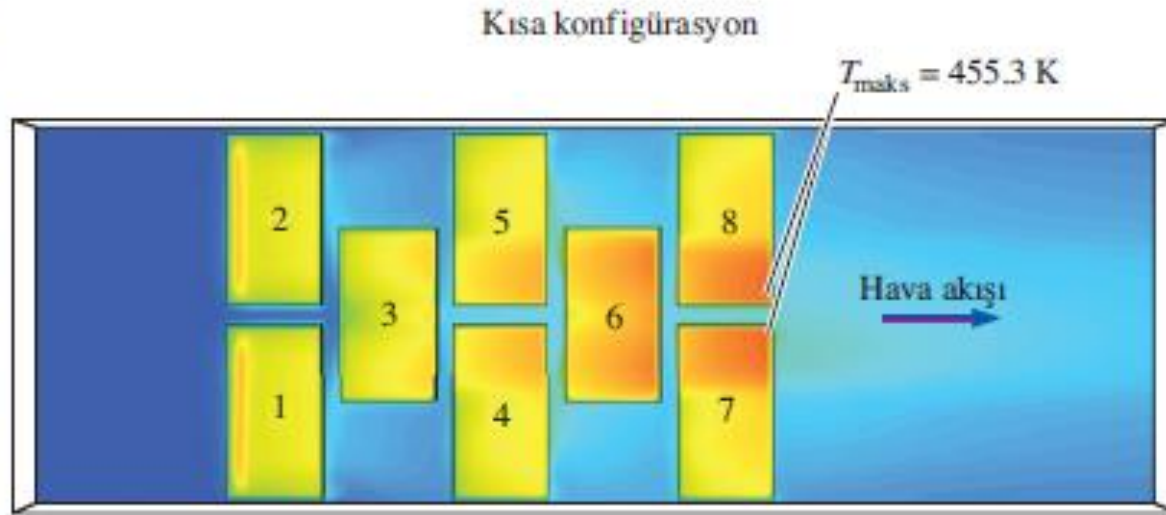
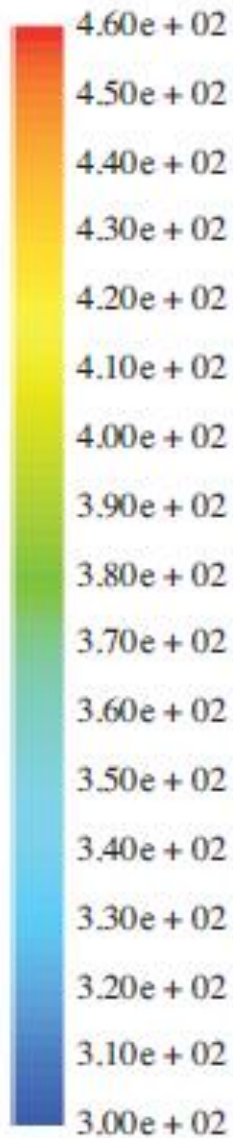
**TABLO 15-5**

Yonga soğutma örneği için HAD sonuçlarının karşılaştırılması; uzun ve kısa konfigürasyonlar

|                                       | Uzun     | Kısa     |
|---------------------------------------|----------|----------|
| $T_{maks}$ , yongaların üst yüzeyleri | 187.5°C  | 182.1°C  |
| $T_{ort}$ , yongaların üst yüzeyleri  | 144.5°C  | 144.7°C  |
| $T_{maks}$ , yongaların yan yüzeyleri | 154.0°C  | 170.6°C  |
| $T_{ort}$ , yongaların yan yüzeyleri  | 84.2°C   | 91.4°C   |
| Ortalama $\Delta T$ , girişten çıkışa | 7.83°C   | 7.83°C   |
| Ortalama $\Delta P$ , girişten çıkışa | -5.14 Pa | -5.58 Pa |



Yonga soğutma örneğine ait HAD sonuçları – uzun konfigürasyon:  
Yonga yüzeylerinin üzerinden görüldüğü şekliyle sıcaklık konturları. Sıcaklıklar K olarak verilmiştir. Maksimum yüzey sıcaklığının yeri gösterilmiş olup 7. yonganın sonuna yakın bir yerde oluşmaktadır. 1., 2. ve 3. yongaların giriş kenarlarına yakın kırmızı bölgeler bu yerlerdeki yüksek yüzey sıcaklıklarını göstermektedir.



Yonga soğutma örneğine ait HAD sonuçları – kısa konfigürasyon:

Yonga yüzeylerinin üzerinden görüldüğü şekliyle sıcaklık konturları.

Sıcaklıklar K olarak verilmiştir.

Şekil 15–71’de kullanılan sıcaklık

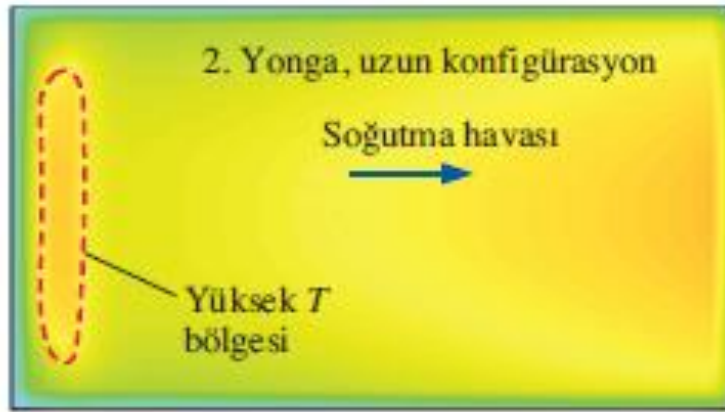
ölçeğinin aynısı kullanılmıştır.

Maksimum yüzey sıcaklığının yeri gösterilmiş olup PCB merkezi

yakınında 7. ve 8. yongaların sonuna yakın bir yerde oluşmaktadır. 1 ve

2. yongaların giriş kenarlarına yakın kırmızı bölgeler bu yerlerdeki yüksek

yüzey sıcaklıklarını göstermektedir.



(a)



(b)

(a) Uzun konfigürasyonda 2. yonga yüzeyindeki sıcaklık konturlarının üstten görünüşü. Yüksek sıcaklık bölgesi şekilde gösterilmiştir.

Sıcaklık konturuna ait seviyeler Şekil 15–71'deki ile aynıdır.

(b) Bu bölgedeki ayrılma kabarcığını çevreleyen akım çizgilerinin yakından görünüşü (yandan görünüş). Ayrıca yonga yüzeyindeki tekrar tutunma çizgisinin yaklaşık konumu gösterilmiştir.

## 15–5 ■ SIKIŞTIRILABİLİR AKIŞ HAD ÇÖZÜMLEMELERİ

Akış *sıkıştırılabilir* olduğunda, yoğunluk artık sabit olmayacak ve denklem takımında ilave bir değişken olarak yer alacaktır.

Buradaki konuyu *ideal gazlar* ile sınırlı tutacağız.

İdeal gaz yasasını uyguladığımızda ise *bir başka* bilinmeyen, yani sıcaklık  $T$  işin içine girer.

Bu nedenle enerji denklemi, kütle korunumu ve momentumun korunumuna ait denklemlerin sıkıştırılabilir formları ile beraber çözülmelidir.

Ayrıca viskozite ve ısı iletkenlik gibi akışkan özelliklerini artık sabit olarak kabul edemeyiz, çünkü bunlar sıcaklığın fonksiyonudur. Dolayısıyla bu özellikler, Şekil 15.74'teki diferansiyel denklemlerde türev operatörlerinin içerisinde görünür.

Denklem sistemi kaygı verici gibi görünse de, bir çok ticari HAD yazılımı şok dalgaları da dahil olmak üzere sıkıştırılabilir akış problemlerini çözebilmektedir.

Süreklilik:  $\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$  İdeal gaz yasası:  $P = \rho RT$

x-momentum:  $\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]$

y-momentum:  $\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]$

z-momentum:  $\rho \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \right)$

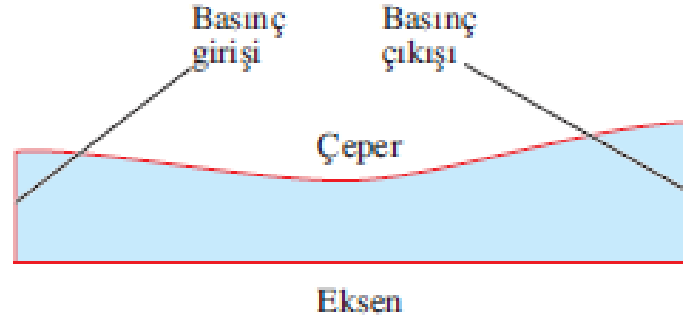
Enerji:  $\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \beta T \left( u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} + w \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \Phi$

## ŞEKİL 15-74

Kartezyen koordinatlarda Newton tipi bir akışkanın daimi, sıkıştırılabilir, laminar akışına ait hareket denklemleri. Altı denklem ve altı bilinmeyen vardır:  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $T$  ve  $P$ . Denklemlerin 5'i lineer olmayan kısmi diferansiyel denklem, ideal gaz denklemleri ise cebirsel bir denklemdir.  $R$  özgül ideal gaz sabitidir,  $\lambda$  ikinci viskozite katsayısı olup çoğunlukla  $-2\mu/3$ 'e eşit alınır;  $c_p$  sabit basınçta özgül ısı;  $k$  ısı iletim katsayısı;  $\beta$  ısıl genleşme katsayısı ve  $\Phi$  ise yitim fonksiyonu olup White (2005) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\Phi = 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2$$

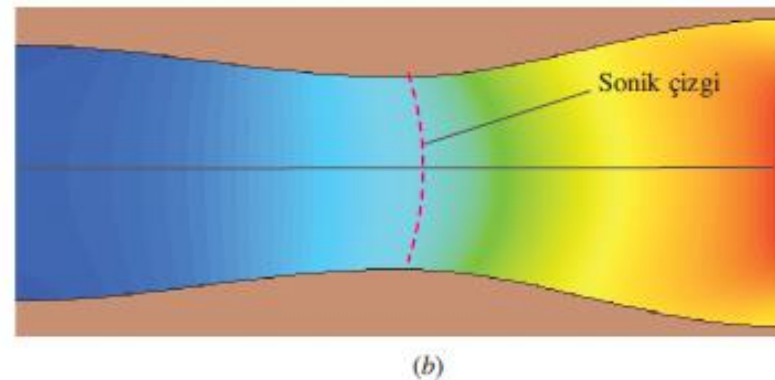
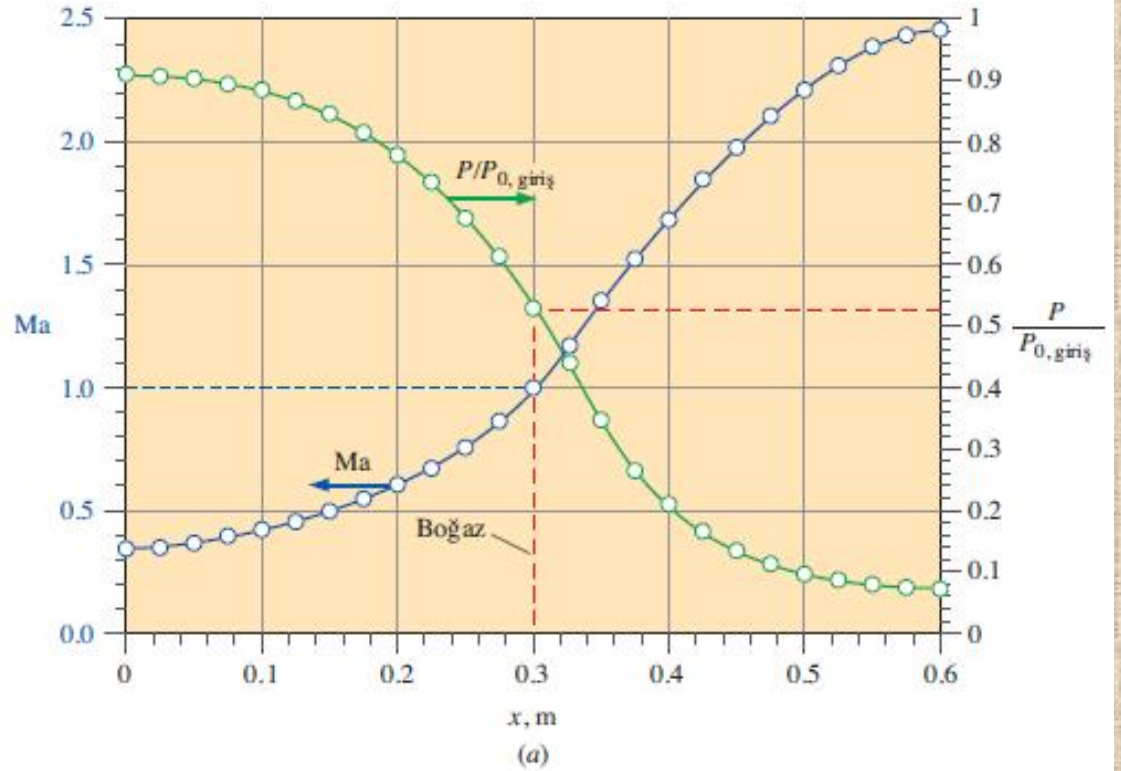
# Yakınsak-İraksak Bir Lüledeki Sıkıştırılabilir Akış

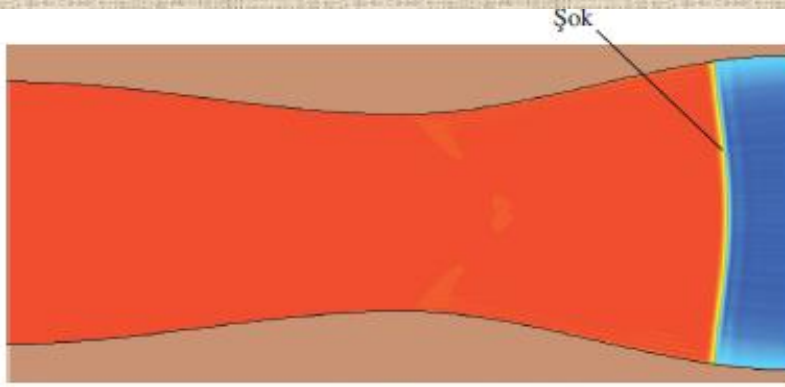


**ŞEKİL 15-75**

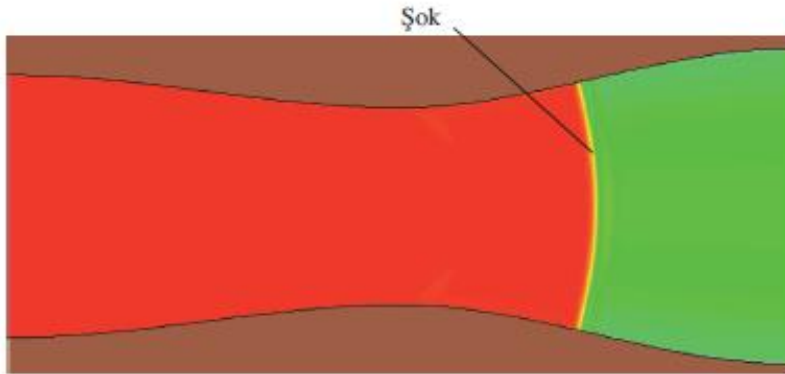
Yakınsak-ıraksak bir lüledeki sıkıştırılabilir akış için hesaplama bölgesi. Akışın aksenal simetrik olmasından dolayı HAD çözümü için sadece iki-boyutlu kesit yeterlidir.

Eksenel simetrik, yakınsak-ıraksak bir lüledeki daimi, adyabatik, viskoz olmayan sıkıştırılabilir hava akışına ait HAD sonuçları: (a) Ortalama Mach sayısı ve basınç oranı 25 adet eksenel konumda hesaplanmış (daire), izentropik bir-boyutlu sıkıştırılabilir akış teorisi ile kestirilen değerlerle karşılaştırılmıştır (sürekli çizgi) (b)  $Ma = 0.3$ 'ten (mavi)  $2.7$ 'ye (kırmızı) kadar değişen Mach sayısı konturları. Sadece üst yarı hesaplanmış olmasına rağmen daha net görülebilmesi için  $x$ -eksenine göre ayna görüntüsü verilmiştir. Sonik çizgi ( $Ma = 1$ ) ayrıca çizilmiştir. Hızın radyal bileşeninden ötürü eksenel simetrik olan bu akışta bu çizgi Schreier (1982)'de irdelendiği gibi düz değil paraboliktir.

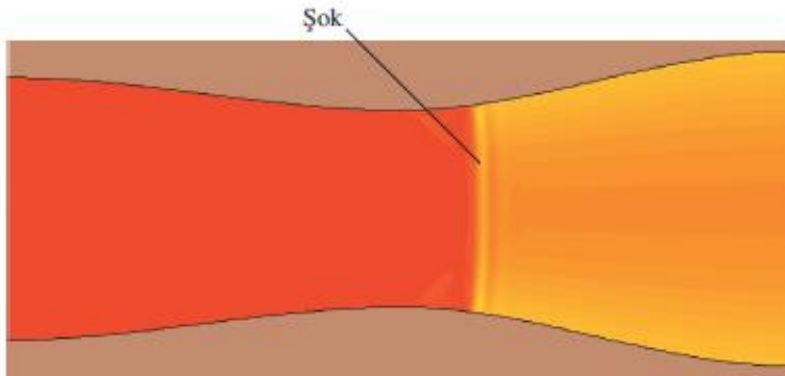




(a)



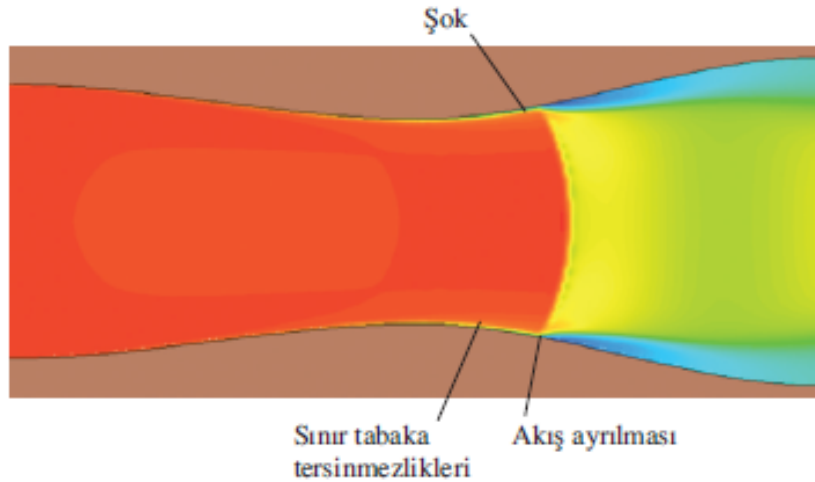
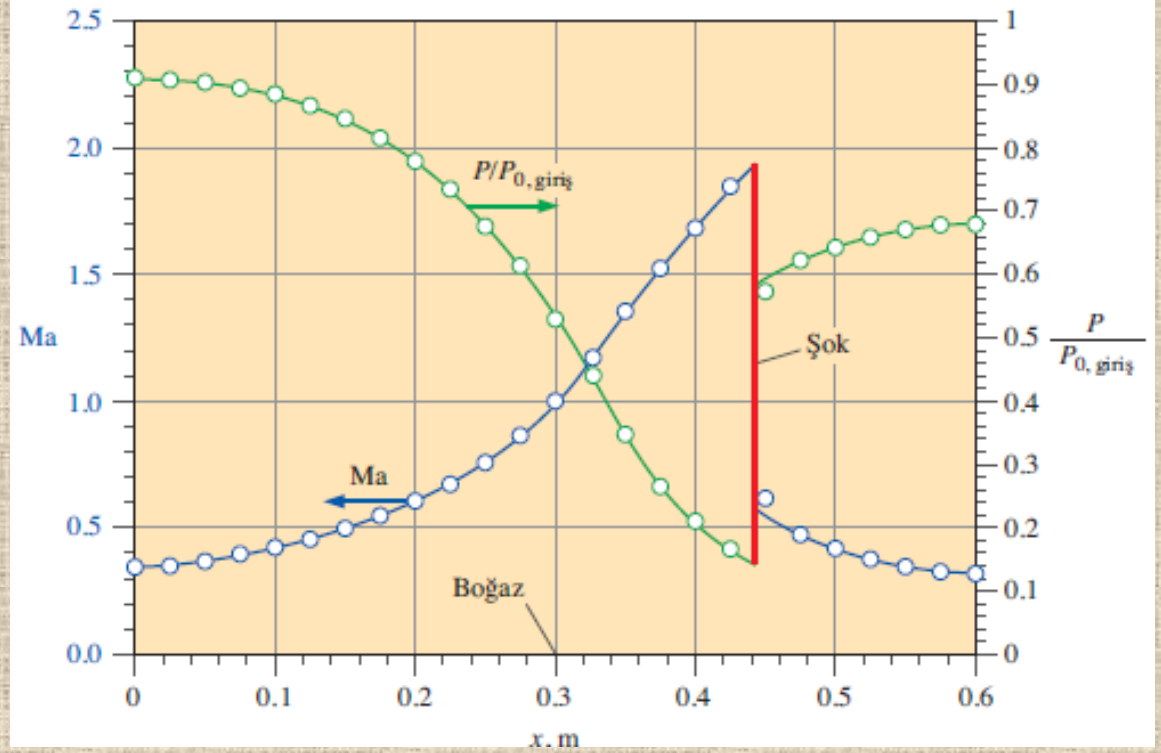
(b)



(c)

Yakınsak-ıraksak bir lüledeki daimi, adyabatik, viskoz olmayan sıkıştırılabilir akışa ait HAD sonuçları: Durma basıncı oranı konturları  $P_b / P_{0,\text{giriş}} = (a) 0.455$  (b) 0.682 ve (c) 0.909 için gösterilmiştir. Durma basıncı şokun yukarıakımında sabit olduğundan ve şok içerisinde aniden düştüğünden, lüledeki normal şokun konumu ve şiddeti bakımından uygun bir gösterge olmaktadır. Bu kontur çizimlerinde  $P_b / P_{0,\text{giriş}}$  0.5'ten (mavi) 1.05'e (kırmızı) kadar değişmektedir. Şokun aşağıakımındaki renkli seviyelerden, aşağıakımda ilerledikçe şokun şiddetlendiği (şok içerisinde durma basıncında daha fazla düşüş olduğu) açıkça görülebilmektedir. Ayrıca radyal hız bileşeninden ötürü şok şekillerinin düz değil eğri olduğuna dikkat ediniz.

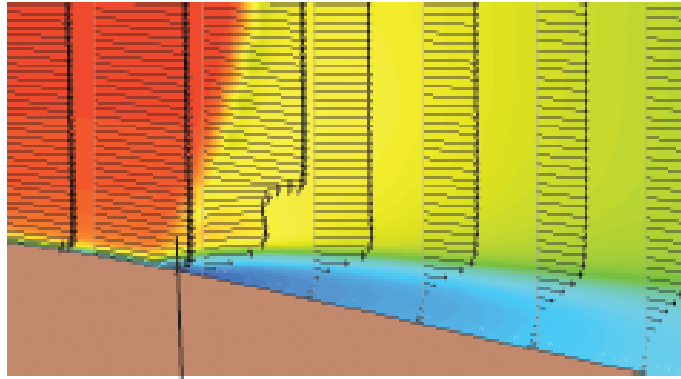
$P_b / P_{0, \text{giriş}} = 0.682$  için yakınsak-ıraksak lüle boyunca aksel uzaklığın fonksiyonu olarak Mach sayısı ve basınç oranı. Daimi, viskoz olmayan, adyabatik, sıkıştırılabilir akış için 25 adet aksel konumdaki (daire) ortalama HAD sonuçları, bir-boyutlu sıkıştırılabilir akış teorisinden elde edilen kestirimlerle (sürekli çizgi) karşılaştırılmıştır.



### ŞEKİL 15-79

Yakınsak-ıraksak bir lülede durağan, adyabatik, türbülanslı, sıkıştırılabilir akışın HAD sonuçları.  $P_b / P_{0, \text{giriş}}$  durma basıncı oranına ait renkli konturlar,  $P_b / P_{0, \text{giriş}} = 0.682$  olan durum ve Şekil 15-77b'deki aynı karşı basınç için gösterilmiştir. Sınır tabakadaki akış ayrılması ve tersinmezlikler işaretlenmiştir.

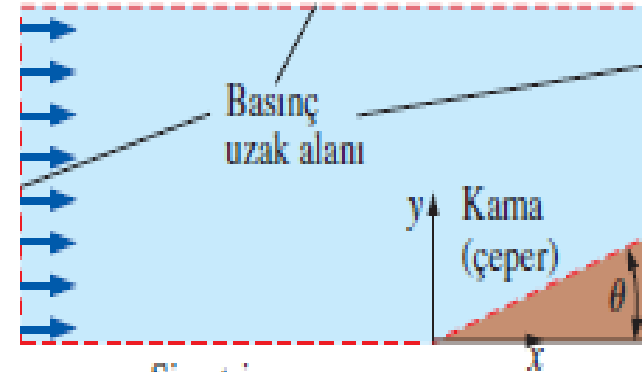
# Bir Kama Üzerindeki Eğik Şok Dalgaları



Şok

## ŞEKİL 15-80

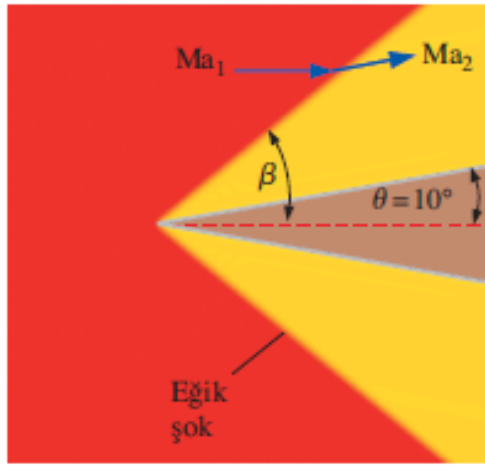
Şekil 15-79'daki akış ayrılması bölgesi civarındaki hız vektörlerinin yakından görünüşü. Şokun aşağıyakımındaki ters akış bölgesinde olduğu gibi, şoktan geçişte hızda ani bir düşüş görülmektedir.



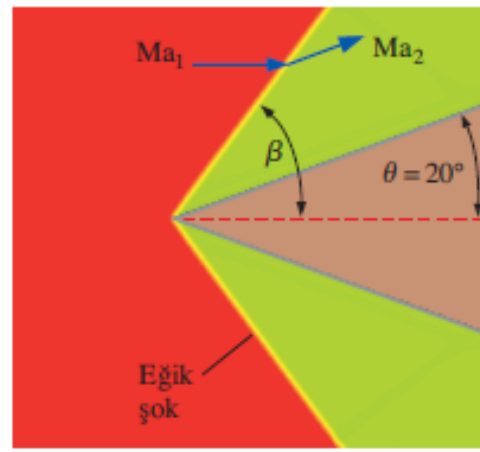
Simetri

## ŞEKİL 15-81

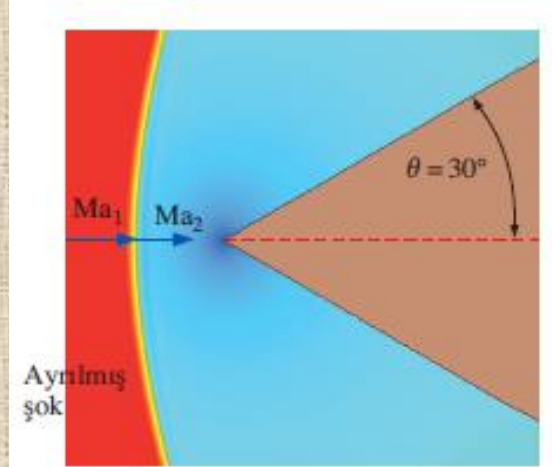
Yarım açısı  $\theta$  olan kama üzerindeki sıkıştırılabilir akışın hesaplama bölgesi ve sınır şartları. Akış  $x$ -eksenine göre simetrik olduğu için HAD analizinde sadece üst yarı modellenmiştir.



(a)



(b)

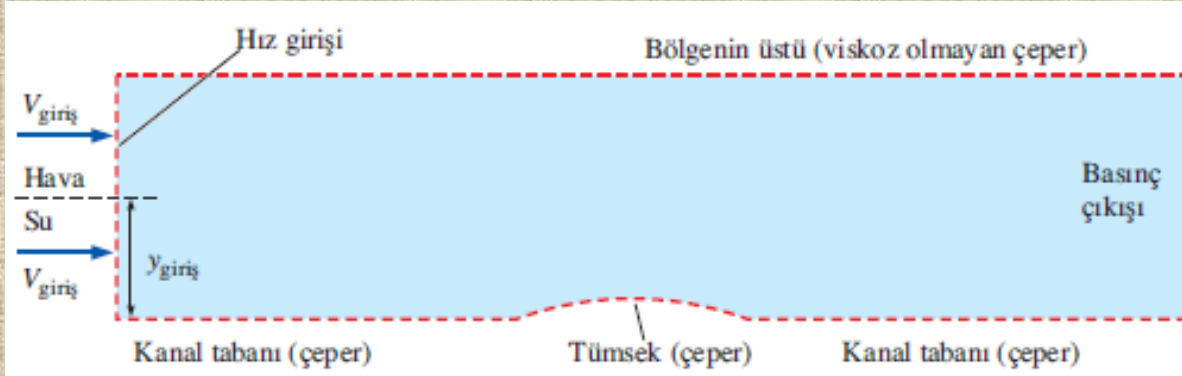


(c)

Yarım açısı  $\theta = (a) 10^\circ (b) 20^\circ$  ve  $(c) 30^\circ$  olan bir kama üzerinde  $Ma_1 = 2.0$ 'da daimi, adyabatik, viskoz olmayan, sıkıştırılabilir akışa ait HAD sonuçları (renkli Mach sayısı konturları). Mach sayısı konturları tüm hallerde  $Ma = 0.2$ 'den (mavi) 2.0'a (kırmızı) kadar değişmektedir.  $10^\circ$  ve  $20^\circ$ 'lik kama yarım açısında, kamanın giriş kenarında tutunmuş zayıf eğik şok oluşurken,  $30^\circ$  durumunda kama önünde ayrılmış şok (yay dalgası) oluşmaktadır. Şok şiddeti  $\theta$  ile artmaktadır. Bu durum,  $\theta$ 'nın artmasıyla şok aşağıyakımında oluşan renk değişimi ile gösterilmiştir.

# 15–6 ■ AÇIK KANAL AKIŞI HAD ÇÖZÜMLEMELERİ

## Bir Kanalin Tabanındaki Tümsek Üzerinden Akış

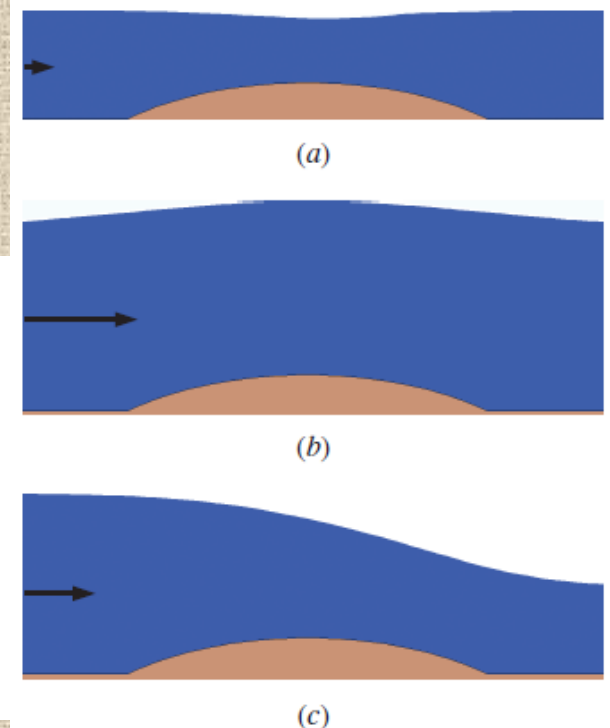


Sınır şartları verilmiş olarak bir kanalın tabanı boyunca bir tümsek üzerindeki daimi, sıkıştırılamaz, iki-boyutlu su akışı için hesaplama bölgesi. Akış alanında iki akışkan modellenmiştir – su ve suyun serbest yüzeyi üzerindeki hava. Sıvı derinliği  $y_{giriş}$  ve giriş hızı  $V_{giriş}$  verilmektedir.

*Froude sayısı:*

$$Fr = \frac{V_{giriş}}{\sqrt{gy_{giriş}}} = \frac{0.50 \text{ m/s}}{\sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.30 \text{ m})}} = 0.291$$

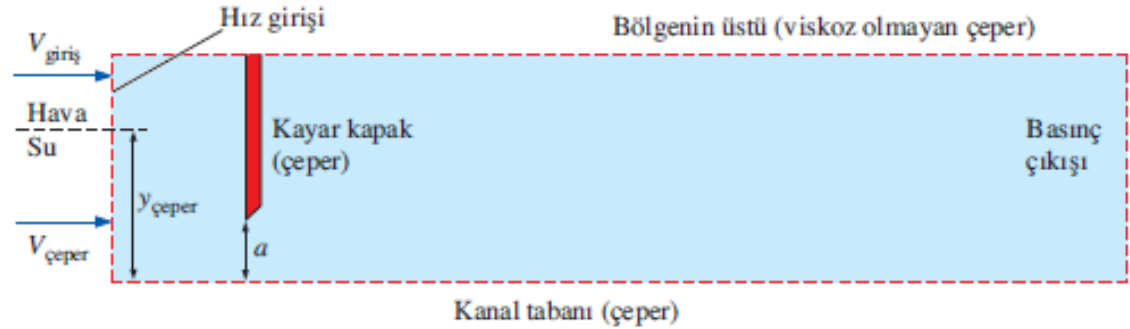
Kanalın tabanı boyunca bir tümsek üzerindeki sıkıştırılamaz, iki-boyutlu su akışına ait HAD sonuçları. Faz konturları çizilmiş olup mavi renk sıvı haldeki suyu, beyaz renk ise gaz haldeki havayı göstermektedir: (a) kritikaltıdan kritikaltına, (b) kritiküstünden kritiküstüne ve (c) kritikaltıdan kritiküstüne.



# Bir Kayar Kapaktan Akış (Hidrolik Sıçrama)

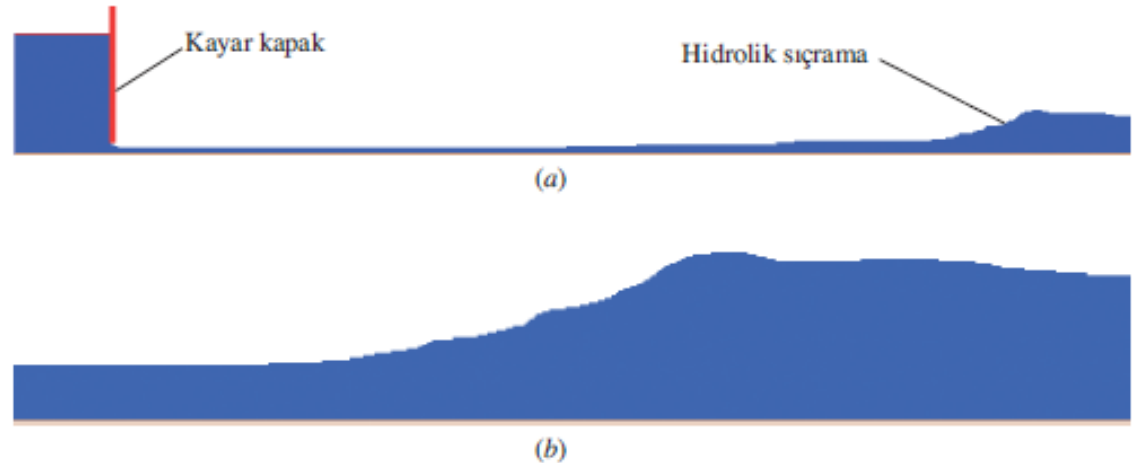
## ŞEKİL 15-85

Sınır şartları verilmiş olarak bir kayar kapaktaki daimi, sıkıştırılamaz, iki-boyutlu su akışı için hesaplama bölgesi. Akış alanında iki akışkan modellenmiştir – su ve suyun serbest yüzeyi üzerindeki hava. Sıvı derinliği  $y_{\text{giriş}}$  ve giriş hızı  $V_{\text{giriş}}$  belirtilmiştir.



## ŞEKİL 15-86

Bir açık kanaldaki kayar kapaktan geçen sıkıştırılamaz, iki-boyutlu su akışına ait HAD sonuçları. Faz konturları çizilmiş olup mavi renk sıvı haldeki suyu, beyaz renk ise gaz haldeki havayı göstermektedir: (a) Kayar kapak ve hidrolik sıçramanın genel görünüşü (b) hidrolik sıçramanın yakından görünüşü. Akış büyük oranda daimi değildir ve bunlar keyfi bir zamandaki anlık resimlerdir.



# Özet

- **Giriş ve Temel Kavramlar**
  - ✓ Neden HAD?
  - ✓ Hareket Denklemleri
  - ✓ Çözüm Yolu
  - ✓ İlave Hareket Denklemleri
  - ✓ Ağ Oluşturulması ve Ağdan Bağımsızlık
  - ✓ Sınır Şartları
  - ✓ Uygulama Yapmak Mükemmelleştirir
- **LAMİNER HAD ÇÖZÜMLEMELERİ**
  - ✓  $Re = 500$ 'de Boru Akışı Giriş Bölgesi
  - ✓  $Re = 150$ 'de Dairesel Bir Silindir Etrafındaki Akış
- **TÜRBÜLANSLI HAD ÇÖZÜMLEMELERİ**
  - ✓  $Re = 10000$ 'de Dairesel Bir Silindir Etrafındaki Akış
  - ✓  $Re = 10^7$ 'de Dairesel Bir Silindir Etrafındaki Akış
  - ✓ Sabit Yönlendiricili Eksenel Akışlı Fan için Stator Tasarımı
- **ISI GEÇİŞİNİN BULUNDUĞU HAD**
  - ✓ Çapraz Akışlı Isı Değiştiricisindeki Sıcaklık Artışı
  - ✓ Bütünleşik Devre Yongaları Dizisinin Soğutulması
- **SIKIŞTIRILABİLİR AKIŞ HAD ÇÖZÜMLEMELERİ**
  - ✓ Yakınsak-İraksak Bir Lüledeki Sıkıştırılabilir Akış
  - ✓ Bir Kama Üzerindeki Eğik Şok Dalgaları
- **AÇIK KANAL AKIŞI HAD ÇÖZÜMLEMELERİ**
  - ✓ Bir Kanalin Tabanındaki Tümsek Üzerinden Akış
  - ✓ Bir Kayar Kapaktan Akış (Hidrolik Sıçrama)