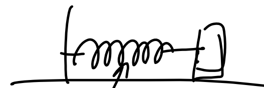
Note Title 2/29/2012

Chp 5 - App. of Newton's Laws

Types of forces:

$f \propto \frac{1}{r^2}$

1) • Grav. force (universal) valid on all scales (galaxies, earth, small particles electrons)



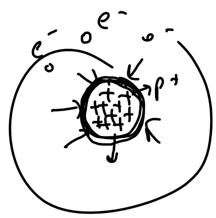
• Force friction, fluid resistance, spring force, are complicated in nature.

μN kv, Dv^2 kx

2) • Electromagnetic force $\propto \frac{1}{r^2}$

3) • Weak force (nuclear decays) : 4) Strong force (force which holds atoms)

rubber band

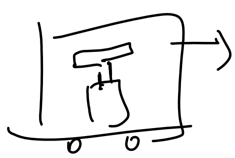


I) Equilibrium (of a system)

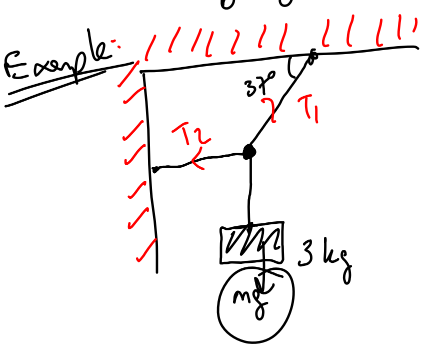
The system has total $\vec{a} = 0$. (not necessarily $\vec{v} = 0$)

$\Downarrow$

$\sum \vec{F} = 0$



Example:

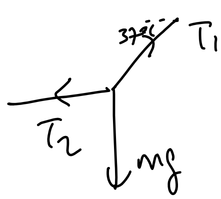


FBD (free body diagram)

⇒ system is in equilibrium

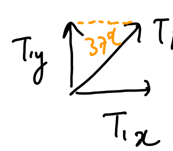
T_1, T_2 ?

$\sum \vec{F} = 0$



Equil. cond:

$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array}\right\}$$



$T_{1y} = T_1 . \sin 37°$

$T_{1x} = T_1 \cos 37°$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_1 \cos 37° - T_2 = 0$ (1) $\quad \sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 \sin 37° - mg = 0$ (2)

$\downarrow$

$T_1 \sin 37° = mg$

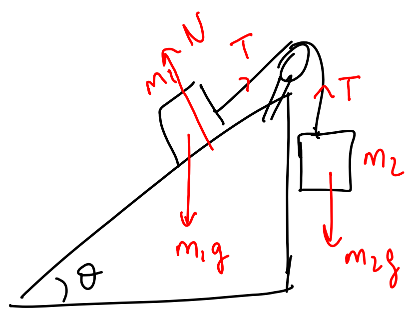
(1) $T_1 \frac{4}{5} = T_2 \quad \Rightarrow \quad$ (2) $\Rightarrow T_1 \frac{\cancel{3}}{5} = \cancel{3} \times 10$

$\boxed{T_1 = 50\ N}$

$\Rightarrow \cancel{5}0 \times \frac{4}{\cancel{5}} = T_2$

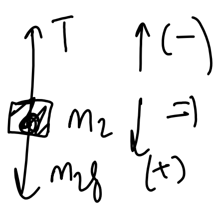
$\boxed{T_2 = 40\ N}$

Example



If the sys. is in equl then what is $\frac{m_1}{m_2} = ?$

FBD (m_2) $\Rightarrow$



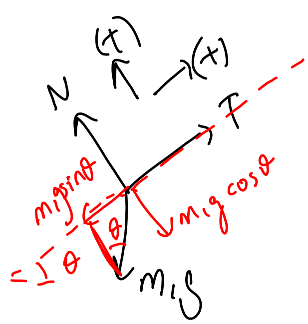
$\Rightarrow$

$\sum \vec{F} = 0$

$m_2 g - T = 0$

$T = m_2 g$

FBD (m_1)



$\sum \vec{F} = 0$

$\sum F_\perp = N - m_1 g \cos\theta = 0$

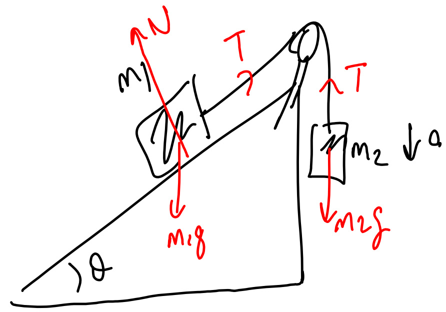
$\sum F_\parallel = T - m_1 g \sin\theta = 0$

$m_2 \cancel{g} - m_1 \cancel{g} \sin\theta = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{\sin\theta}}$

II) Dynamics (a non-zero $\vec{a}$)

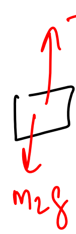
$$\sum \vec{F} = \sum m \vec{a}$$

- Example



$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

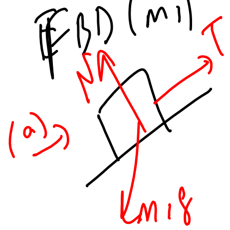
FBD (m_2)



$(-)$ $\uparrow$, $\downarrow$ $(+)$ $\Rightarrow \sum F = \sum m a$

$$m_2 g - T = m_2 a \quad (1)$$

FBD (m_1)



$$\sum \vec{F} = m a$$

$$\sum F_{\perp} = 0 \quad ; \quad \sum F_{\parallel} = m_1 a$$

$$N - m_1 g \cos\theta = 0 \quad ; \quad T - m_1 g \sin\theta = m_1 a$$

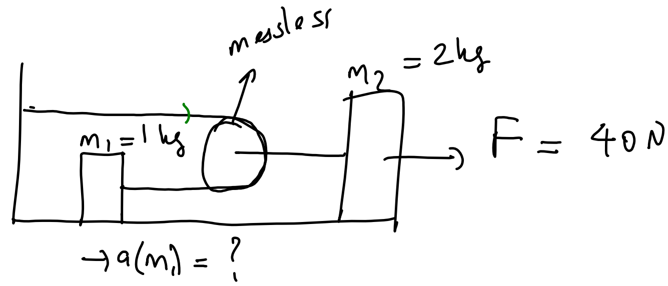
$$T = m_1 (a + g \sin\theta)$$

$$m_2 g - m_1 (a + g \sin\theta) = m_2 a$$

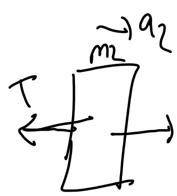
$$m_2 (g - a) = m_1 (a + g \sin\theta)$$

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{g - a}{a + g \sin\theta}}$$

Example



FBD (m_2)



$\rightarrow (+)$ $\leftarrow (-)$

$\Rightarrow \sum F = m_2 a$

$$\boxed{F - T = m_2 a_2}$$

FBD (m_1)

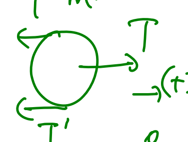
$\Rightarrow$ $\sum F = m_1 a_1$

$T' = m_1 a_1$

$\Downarrow$

$$\frac{T}{2} = m_1 a_1 = m_1 2 a_2$$

$T' \; m = 0$



$\sum F = \sum \cancel{m}a$ ($= 0$)

$\sum F = 0$

$T - T' - T' = 0$

$T = 2T'$

$T' = T/2$

$a_1 = a_2$

$a_1 = 2a_2$

$F - \cancel{T} = m_2 a_2$

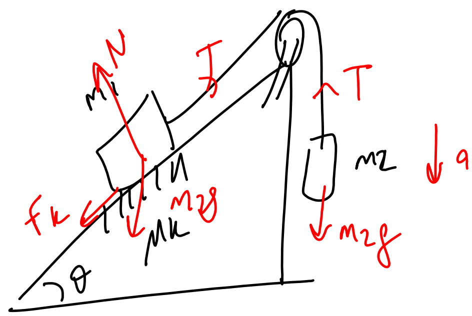
$\frac{T}{2} = 2m_1 a_2 \Rightarrow \cancel{T} = 4 m_1 a_2$ $\Big\}$ $m_2 a_2$ $4 m_1 a_2$

$+$

$F - 4m_1 a_2 = m_2 a_2 \Rightarrow F = a_2 [m_2 + 4m_1]$

$$a_2 = \frac{F}{m_2 + 4m_1} = \frac{40}{2+4} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \cong 6.7$$

$$a_1 \cong 13.4 \; m/s^2 = 2a_2$$



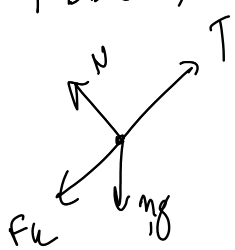
$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

* The direction of friction is always opposite to the direction of motion!

FBD (m_2)

$$\Rightarrow -T + m_2 g = m_2 a \quad (1)$$

FBD (m_1)



$$\Rightarrow \quad N - m_1 g \cos\theta = 0 \quad (2)$$

$$T - m_1 g \sin\theta - f_k = m_1 a \quad (3)$$

$$F_k = \mu_k N \quad (4) \qquad \frac{m_1}{m_2} = ?$$

$$N = m_1 g \cos\theta \Rightarrow f_k = \mu_k m_1 g \cos\theta$$

$$T = f_k + m_1 g \sin\theta + m_1 a = (\mu_k g \cos\theta + g \sin\theta + a) m_1$$

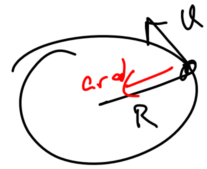
$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$m_2 (g - a) = T = m_1 (\mu_k g \cos\theta + g \sin\theta + a)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{g - a}{\mu_k g \cos\theta + g \sin\theta + a}$$

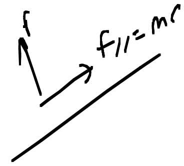
$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{g - a}{a + g \sin\theta}} \rightarrow \text{without friction}$$

Circular Motion



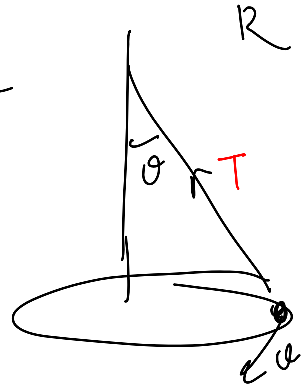
$$a_{rad} = \frac{v^2}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$



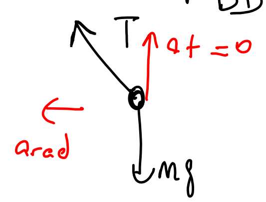
$$F = m a_{rad} = \frac{m v^2}{R}$$

Example

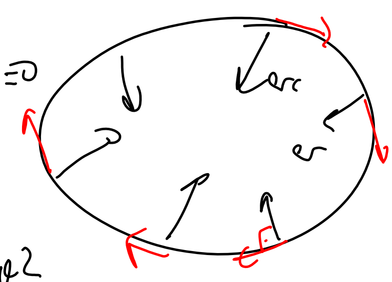


$mg, v \quad \theta = ?$

FBD



$$\sum F_{tange} = 0 = T\cos\theta - mg = 0$$



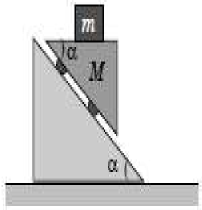
$$\sum F_{rad} = m a_{rad}$$

$$T\sin\theta = m a_{rad} = m\frac{v^2}{R}$$

$$T\cos\theta = mg$$

$$\cancel{mg}\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \cancel{m}\frac{v^2}{R} \Rightarrow \tan\theta = \frac{v^2}{gR}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gR}\right)$$

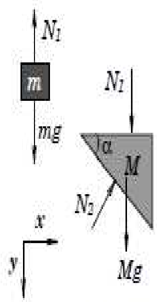


Şekil 1

Problem 2.10 ♦

Şekil 1 deki sistem durgun halden serbest bırakılıyor. Bütün sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde, m kütlesinin ivmesini bulunuz.

Çözüm 2.10 ♦



Şekil 2

m kütlesine ve M arabasına etki eden kuvvetler Şekil 2 de gösterilmiştir. m kütlesine x doğrultusunda herhangi bir dış kuvvet etki etmediğinden, $a_{mx} = 0$ olmalıdır. Herbiri için Newton'un ikinci yasasını yazalım:
m kütlesi için

$$\sum F_y = mg - N_1 = ma_{my} \tag{2.1}$$

M arabası için

$$\sum F_x = N_2 \sin\alpha = Ma_{Mx} \tag{2.2}$$

$$\sum F_y = Mg + N_1 - N_2 \cos\alpha = Ma_{My} \tag{2.3}$$

Aşağı doğru, y yönünde, m kütlesi ile M arabası birlikte hareket ettiğinden

$$a_{my} = a_{My} = a_y \tag{2.4}$$

olur. Ayrıca; Şekil 2 de görüldüğü gibi, arabanın x ve y yönlerindeki ivmeleri için

$$a_{My} = a_{Mx} \tan\alpha \tag{2.5}$$

bağıntısı elde edilir. Denk.(2.1) ve (2.3) taraf tarafa toplanırsa

$$mg + Mg - N_2 \cos\alpha = ma_{my} + Ma_{My} \tag{2.6}$$

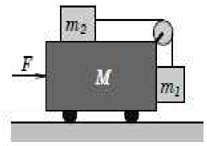
ifadesi elde edilir. Denk.(2.5), denk.(2.2) de yerine konduktan sonra; denk.(2.2) ve (2.6) dan N_2 yok edilir ve denk.(2.2), elde edilen denklemde yerine konursa, m kütlesinin ivmesinin y bileşeni için

$$a_y = \frac{m+M}{m + \frac{M}{\sin^2\alpha}} g$$

sonucu bulunur.* ❐

Problem 2.6 ✧

Şekil 1 de görülen sistemde: m_1 ve m_2 bloklarının M ye göre hareket etmemesi için, M arabasına uygulanması gereken kuvveti bulunuz. (Sistem sürtünmesizdir.)



Şekil 1

Çözüm 2.6 ✧

m_1, m_2 ve M ye etki eden kuvvetler Şekil 2 de gösterilmiştir. Her biri için Newton'un ikinci yasasını yazalım:

m_2 için

$$\sum F_x = T = m_2 a_{2x} \tag{2.1}$$

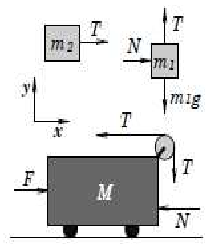
m_1 için

$$\sum F_x = N = m_1 a_{1x} \tag{2.2}$$

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_{1y} \tag{2.3}$$

M için

$$\sum F_x = F - N - T = M a_{Mx} \tag{2.4}$$



Şekil 2

Bu denklemlere, sorudaki kısıtlama denklemlerini ekleyelim. Eğer m_1 ve m_2 blokları M ye göre hareket etmiyorsa $a_{1y} = 0$ ve $a_{1x} = a_{2x} = a_{Mx}$ olmalıdır. Bu sonuçları kullanarak, denk.(2.1), (2.2) ve (2.4) ü taraf tarafa toplarsak

$$F = (m_1 + m_2 + M)a_{1x} \tag{2.5}$$

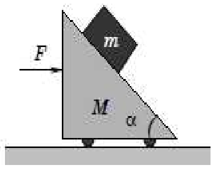
ifadesi elde edilir. Ayrıca denk.(2.1) ve (2.3) ten T yok edildikten sonra, kısıtlama denklemleri kullanılırsa

$$a_{1x} = \frac{m_2}{m_1} g \tag{2.6}$$

bağıntısı bulunur. Son olarak; denk.(2.6), denk.(2.5) te yerine konursa

$$F = \frac{(m_1 + m_2 + M)m_2}{m_1} g$$

sonucu elde edilir. ↄ



Şekil 1

Örnek Problem 2.2 ✧

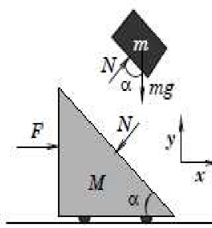
m kütleli bir blok, kütlesi M olan sürtünmesiz eğik düzlemin üzerine konulmuştur. Eğik düzleme yatay doğrultuda bir F kuvveti uygulanmaya başlanıyor (Şekil 1). Bloğun, eğik düzleme göre hareket etmemesi için; kuvvetin değeri ne olmalıdır?

Örnek Çözüm 2.2 ✧

Bloğa ve eğik düzleme etki eden kuvvetler Şekil 2 de gösterilmiştir. Herbiri için Newton'un ikinci yasasını uygulayalım:
Blok için

$$\sum F_x = N \sin\alpha = m a_{mx} \tag{2.11}$$

$$\sum F_y = N \cos\alpha - mg = m a_{my} \tag{2.12}$$



Şekil 2

Eğik düzlem için

$$\sum F_x = F - N \sin\alpha = M a_{Mx} \tag{2.13}$$

Yukarıdaki denklemlere, kısıtlama bağıntılarını ekleyelim. Bloğun, eğik düzleme göre hareket etmemesi için

$$a_{my} = 0 \qquad \text{ve} \qquad a_{mx} = a_{Mx} = a \tag{2.14}$$

olmalıdır. Denk.(2.14), denk.(2.11) ve (2.12) de yerlerine konursa

$$N = \frac{mg}{\cos\alpha} \tag{2.15}$$

ve

$$a = g \tan\alpha \tag{2.16}$$

ifadeleri elde edilir. Denk.(2.15) ve (2.16), denk.(2.13) te yerlerine konursa

$$F = (m + M) g \tan\alpha$$

sonucu bulunur. ❐