

Bilgisayar Mimarisi Lisans: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.tr>

10 Kayan Noktalı Sayılar (Floating Point Numbers)

10 Tabanı:
 $(12.34)_{10} = 12 + \frac{34}{100}$ ya da $(12.34)_{10} = 12 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} = 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

2 Tabanı:
 $(101.11)_2 = 5 + \frac{3}{4}$ ya da $(101.11)_2 = 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $(0.1111)_2 = \frac{15}{16}$, $(0.1)_2 = \frac{1}{2}$

Gerçek (real numbers) sayıları (çok küçük ve çok büyük sayıları da) bilgisayar belleğinde tutmak için üstel gösterim (bilimsel gösterim) kullanılır.

10.1 Üstel gösterim (Scientific notation, exponential notation)

$\pm F \times B^{\pm E}$

Örnekler (10 tabanı):

a)
 $976,000,000,000,000 = +0.976 \times 10^{15}$
 +976 ve +15 bellekte tutulur.

b)
 $0.000\,000\,000\,000\,976 = +0.976 \times 10^{-12}$
 +976 ve -12 bellekte tutulur.

Tüm sayılar için aynıdır (bilgisayarlarda B=2).

F: Fraction (Kesir, Mantis)
 E: Exponent (Üs)
 B: Base (Taban)
 Bellekte \pm , F ve E tutulur.
 Taban B'nin bellekte tutulmasına gerek yoktur.
 Tüm sayılar için aynıdır (bilgisayarlarda B=2).

www.akademi.itu.edu.tr/buzluca
 www.buzluca.info

2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.1

Bilgisayar Mimarisi

Normalize Sayı:

Bir sayı üstel notasyonda farklı şekillerde yazılabilir.
 Örneğin: $3.14 = 314 \times 10^{-2} = 3.14 \times 10^0 = 0.314 \times 10^1$

Normalize gösterimde noktanın yerine önceden karar.
 Örneğin, noktanın her zaman sıfırdan farklı en yüksek anlamlı sayının solunda olduğu kabul edilir ve üs E ona göre ayarlanır.

Örnek:
 3.14 normalizasyon $\rightarrow 0.314 \times 10^1$

Bu sayı bellekte şöyle tutulur: $\pm F \pm E \rightarrow +314 +01$
 Taban B'yi (bu örnekte 10) ve noktanın yerini bellekte tutmaya gerek yoktur.
 Başka normalizasyon yöntemleri de vardır.
 Örneğin nokta en yüksek anlamlı sayının sağına da yerleştirilebilir.

Yükseltilmiş Üs (Biased Exponent):

Üs değeri işaretli bir sayıdır.
 İşaretli sayıları karşılaştırmak (2'ye tümleyen yöntemi) zordur.
 Üs değerinin negatif olmaması için üs değeri bellekte saklanmadan önce belli bir değer "ökçe" (bias) ile toplanır (üs yükseltilir).
 Böylece üssün işaretinin saklanmasına gerek kalmaz ve aritmetik işlemlerde (karşılaştırmada) kolaylık sağlanır.

www.akademi.itu.edu.tr/buzluca
 www.buzluca.info

2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.2

Bilgisayar Mimarisi

10.2 IEEE 754 Standardı (1985, güncelleme 2008)

IEEE "Standard for Floating-Point Arithmetic" (IEEE 754) 1985'te IEEE (the Institute of Electrical and Electronics Engineers) tarafından oluşturulmuştur ve günümüzde de bilgisayar sistemlerinde kullanılmaktadır.

Single (32 bit)			Double (64 bit)		
İşaret	E	F	İşaret	E	F
S	Üs	Kesir	S	Üs	Kesir
1	8	23	1	11	52

Üs 127 yükseltilmiştir. Üs 1023 yükseltilmiştir.

E'deki bit sayısı k olmak üzere üs $(2^{k-1} - 1)$ kadar yükseltilir.

Güncel standartta 16 bitlik (half) ve 128 bitlik (quadruple) sayılar da bulunmaktadır.

www.akademi.itu.edu.tr/buzluca
 www.buzluca.info

2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.3

Bilgisayar Mimarisi

Normalize Sayı (IEEE 754):

Noktanın her zaman sıfırdan farklı en yüksek anlamlı sayının sağında olduğu kabul edilir.
 İkili düzende çalışıldığına göre "0"dan farklı sayı "1"dir.

Örnek:
 (normalizasyon)
 $(10110.101)_2 \rightarrow 1.0110101 \times 2^4$

Noktadan önce her zaman 1 olduğu bilindiğinden bu 1 değeri de bellekte tutulmaz. Buna gizli 1 (hidden one) denir.

www.akademi.itu.edu.tr/buzluca
 www.buzluca.info

2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.4

Bilgisayar Mimarisi

Örnek:

$(+22.625)_{10}$ sayısını IEEE 754 32 bit formatında nasıl bellekte tutulur?
 $(22)_{10} = (10110)_2$
 .625'in 2 tabanındaki karşılığının bulunması:
 $2 \times 0.625 = 1 + 0.25$
 $2 \times 0.25 = 0 + 0.5$ (Yüksek anlamlı bit)
 $2 \times 0.5 = 1 + 0$
 $\Rightarrow (0.625)_{10} = (0.101)_2$

5/8

Gizli 1. Bellekte tutulmaz. Taban 2, bellekte tutulmaz.

$(+22.625)_{10} = (+10110.101)_2 = +1.0110101 \times 2^4$ (Normalize)

IEEE Single:

0	10000011	0110101...000
İşaret	Yükseltilmiş Üs	Kesir (Mantis)
1 bit	8 bit	23 bit

Mantisin düşük anlamlı bitleri "0" ile dolduruldu. Çünkü solunda nokta (.) var.

www.akademi.itu.edu.tr/buzluca
 www.buzluca.info

2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.5

Bilgisayar Mimarisi

Sayının 10 tabanındaki değeri (N):

Single: $N = (-1)^S (1.F) 2^{E-127}$ Double: $N = (-1)^S (1.F) 2^{E-1023}$
 $N = (-1)^S (1 + \frac{F}{2^{23}}) 2^{E-127}$ $N = (-1)^S (1 + \frac{F}{2^{52}}) 2^{E-1023}$

Sıfır için özel bir gösterim kullanılır: E=0 ve F=0 \rightarrow N=0

Örnekler (Single):

S	E	F	Değer (Anlamı):
0	10010011	101000100000000000000000	$= +1.1010001 \times 2^{10100} = +1.6328125 \times 2^{20}$
1	10010011	101000100000000000000000	$= -1.1010001 \times 2^{10100} = -1.6328125 \times 2^{20}$
0	01101011	101000100000000000000000	$= +1.1010001 \times 2^{-10100} = +1.6328125 \times 2^{-20}$
1	01101011	101000100000000000000000	$= -1.1010001 \times 2^{-10100} = -1.6328125 \times 2^{-20}$

E (üs) ve F (mantis) özel değerleri:

- E = 0 ve F = 0 \rightarrow N = 0 İki tane sıfır var (+, -)
- E = 255, F = 0 \rightarrow N = $\pm \infty$
- E = 255, F \neq 0 \rightarrow NaN (Not a Number) 0/0, ∞/∞
- E = 0, F \neq 0 \rightarrow Normalize olmayan sayı

Son durum normalize olarak gösterilemeyen mutlak değeri çok küçük sayılar için kullanılır.

www.akademi.itu.edu.tr/buzluca
 www.buzluca.info

2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.6


Bilgisayar Mimarisi Lisans: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.tr>

Normalize olmayan sayılar:
 Normalize yapı ile mutlak değeri çok küçük olan sayıları göstermek mümkün değildir.
 Normalize olarak gösterilebilecek en küçük sayı $S = 0$, $E = 0000\ 0001$, $F = 000\dots 0$
 $N = +(1+0)2^{1-127} = 2^{-126}$
 0 ile 2^{-126} arasındaki sayılar normalize olarak gösterilemez.

Normalize olmayan biçim ($E = 0$, $F \neq 0$) kullanılırsa sayının 10 tabanındaki değeri öncekinden farklı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır:
 Single: $N = (-1)^s \left(\frac{F}{2^{23}}\right) 2^{-126}$ Double: $N = (-1)^s \left(\frac{F}{2^{52}}\right) 2^{-1022}$

Normalize olmayan en küçük sayı: $S = 0$, $E = 0000\ 0000$, $F = 000\dots 01$
 $N = +(1/2^{23})2^{-126} = 2^{-149}$
 0 ile 2^{-149} arasındaki sayılar gösterilemez (*underflow*).

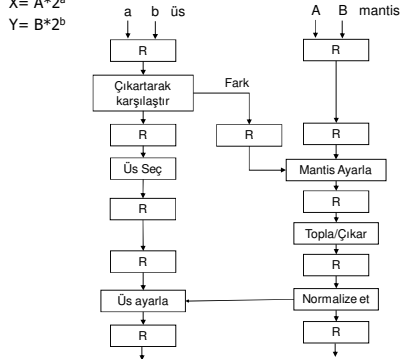
Sınır değerleri:
 Mutlak değeri en küçük sayı:
 Single: 2^{-149} (Denormalize) , Double: 2^{-1074} (Denormalize)
 Mutlak değeri en büyük sayı:
 Single: $0\ 11111110\ 11111111111111111111111111111111 = (2 \cdot 2^{23}) \times 2^{127} \approx 10^{38.53}$ (Normalize)
 Double: $(2 \cdot 2^{52}) \times 2^{1023} \approx 10^{308.3}$ (Normalize)


www.akademi.itu.edu.tr/buzluca  2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.7

Bilgisayar Mimarisi

Örnek: Kayan Noktalı Sayıların Toplanması ve Çıkartılması
Aritmetik İş Hattı

$X = A \cdot 2^a$
 $Y = B \cdot 2^b$



www.akademi.itu.edu.tr/buzluca  2005-2018 .Feza BUZLUCA 10.8