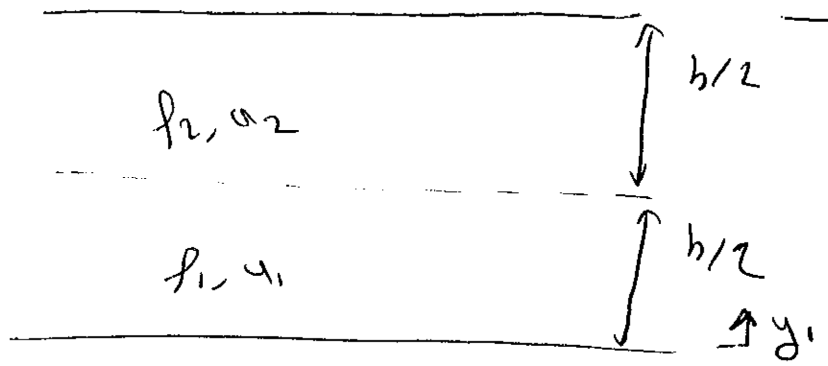

Yardımcı koordinatlar tanımlarsak,

$$y_1 = y$$
$$y_2 = -y + h$$

$$\vec{u}(x,y) = \begin{cases} \vec{u}_1(x,y) & 0 \le y \le h/2 \\ u_2(x,y) & h/2 \le y \le h \end{cases}$$

<u>Varsayımlar</u>

- Sürekli rejim $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$
- Sıkıştırılamaz (ρ = sabit)
- Yerçekimi yok
- Akış iki boyutlu ($w = 0$)

Kütlenin korunumu,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Momentumun korunumu,

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad x\text{-momentum}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad y\text{-momentum}$$

Akış x-eksenine paralel olmalıdır. Bu durumda $v = 0$.

Süreklilikten,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \implies \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

N-S denklemleri şu şekilde sadeleşir,

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}$$

Düzenlersek,

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \implies \frac{dP}{dx} = \mu\frac{d^2 u}{dy^2} = \text{sabit} \qquad (*)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

(*) denklemi iki kere integre edilerek $u(y)$ hız dağılımı bulunabilir. Şöyle ki,

$$\frac{1}{\mu}\frac{dP}{dx}y + A = \frac{du}{dy}$$

$$\left(\frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dx}\right)y^2 + Ay + B = u(y)$$

u_1 ve u_2 için A_1, B_1, A_2, B_2 gibi dört adet sabitin belirlenmesi lazımdır. Bunun için dört tane sınır şartı gerekir.

Sınır Şartları

- Duvarlarda ($y_1=0$, $y_2=0$) hız sıfır (kayma yok)
- Arayüzde ($y_1=y_2=h/2$) kayma gerilmeleri τ_{xy} eşit.
- Arayüzde hızlar eşit

ilk şarttan, $B_1=0$, $B_2=0$

Kayma gerilmesi eşitliği,

$$\frac{dP}{dx}\frac{h}{2}+\mu_1 A_1=\frac{dP}{dx}\frac{h}{2}+\mu_2 A_2$$

$$\mu_1 A_1=\mu_2 A_2 \quad (\mathrm{I})$$

Hızlardan,

$$\frac{1}{2\mu_1}\frac{dP}{dx}\left(\frac{h}{2}\right)^2+A_1\frac{h}{2}=\frac{1}{2\mu_2}\frac{dP}{dx}\left(\frac{h}{2}\right)^2+A_2\frac{h}{2} \quad \mathrm{II}$$

(I) ile (II) beraber çözülürse,

$$A_1=-\frac{dP}{dx}\frac{h}{4}\frac{1}{\mu_1}$$

$$A_2=-\frac{dP}{dx}\frac{h}{4}\frac{1}{\mu_2}$$

olarak bulunur.

ız dağılımı,

$$= \frac{1}{2\mu_1}\frac{dP}{dx}\left(y_1^2 - \frac{h}{2}y_1\right) = \frac{1}{2\mu_1}\frac{dP}{dx}\left(y^2 - \frac{h}{2}y\right) \qquad 0 \leq y \leq h/2$$

$$_2 = \frac{1}{2\mu_2}\frac{dP}{dx}\left(y_2^2 - \frac{h}{2}y_2\right) = \frac{1}{2\mu_2}\frac{dP}{dx}\left[(h-y)^2 - \frac{h}{2}(h-y)\right] \qquad \frac{h}{2} \leq y \leq h$$

Kayma gerilmesi,

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy}$$

$$_{xy} = \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{dP}{dx}\left(2y - \frac{h}{2}\right) & 0 \leq y \leq h/2 \\ \frac{1}{2}\frac{dP}{dx}\left(-2(h-y) + \frac{h}{2}\right. & h/2 \leq y \leq h \end{cases}$$