AKM 205
VİZE SINAVI
YAZ 2010
CEVAP ANAHTARI

1. Sabit hız potansiyeli eğrileri ile sabit akım fonksyonu eğrilerinin birbirlerini dik kestiklerini ispatlayınız.

Sabit akım fonksyonu eğrileri için,

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0$$

Düzenlersek,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\psi} = -\frac{\partial \psi / \partial x}{\partial \psi / \partial y} = \frac{-u}{v}$$ (Sabit akım fonksyonu çizgilerinin eğimleri)

Sabit akım potansiyeli eğrileri için,

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = 0$$

Düzenleyecek olursak,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\phi} = -\frac{\partial \phi / \partial x}{\partial \phi / \partial y} = \frac{v}{u}$$ (Sabit akım potansiyeli çizgilerinin eğimleri)

Eğimler çarpımından,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\psi} \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\phi} = -1$$ Q.E.D.

2.

a. $V = f(\rho, D, W, b, d)$

$V = LT^{-1}$ $\rho = FL^{-4}T^{2}$ $D = L$ $W = F$ $b = L$ $d = L$

Π teoreminden $6 - 3 = 3$ adet Π terimi gerekli.

Π_1 V'yi içersin,

$$\Pi_1 = VD\sqrt{\frac{\rho}{W}} = (LT^{-1}).(L)\sqrt{\frac{FL^{-4}T^{2}}{F}} = F^0L^0T^0$$

Boyutsuz!

$$\Pi_2 = \frac{b}{d} \quad \text{(Boyutsuz)}$$

$$\Pi_3 = \frac{d}{D} \quad \text{(Boyutsuz)}$$ olarak seçilebilir.

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$$

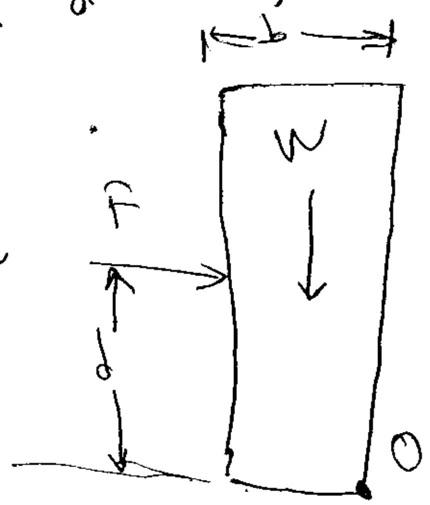
Buradan,

$$VD\sqrt{\frac{\rho}{W}} = \phi\left(\frac{b}{d}, \frac{d}{D}\right)$$

b. O noktası etrafında moment alacak olursak,

$$\sum M_0 = 0$$

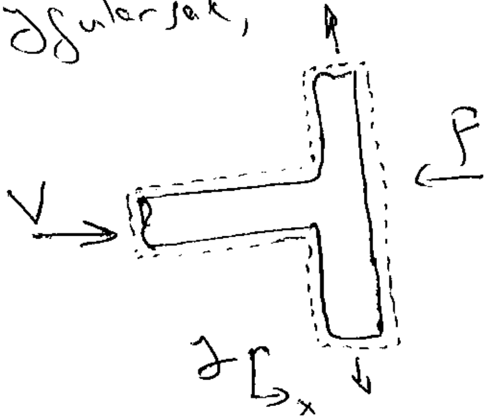
olmalıdır.



Bu durumda,

$$F d = W\left(\frac{b}{2}\right) \quad \text{olur.} \quad (*)$$

Uygun bir kontrol hacmi seçip RTT momentum için uygularsak,



$$\int \rho u \vec{V} \cdot \hat{n}\, dA = \Sigma F_x$$

$$\rho V^2 A = F \quad (**)$$

(*) ile (**) birlikte yazılırsa,

$$(\rho V^2 A)(d) = W\left(\frac{b}{2}\right)$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2$$

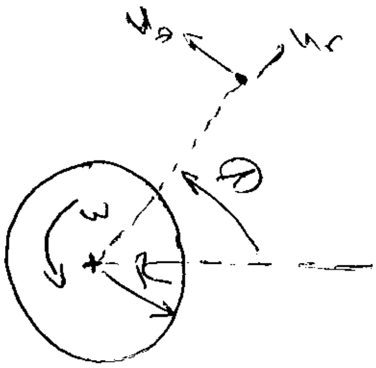
$$\underline{V = \sqrt{\frac{2 W b}{\pi \rho d D^2}}}$$

c) Pi teoremi incelenecek olursa

$\phi\left(\frac{b}{d}, \frac{b}{D}\right)$ fonksiyonunun $\frac{d}{D}$ parametresinden

BAĞIMSIZ OLDUĞU GÖRÜLECEKTİR!

3.



$u_r = 0 \quad u_z = 0$

Kütlenin korunumu,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad \text{(Eksenel simetrik)}$$

θ - yönünde momentumun korunumu,

$$0 = -\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_\theta}{\partial r}\right) - \frac{u_\theta}{r^2}\right]$$

Akışın simetrisinden,

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_\theta}{\partial r}\right) - \frac{u_\theta}{r^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} = 0$$

$u_\theta = f(r)$

$$\frac{d^2 u_\theta}{dr^2} + \frac{d}{dr}\left(\frac{u_\theta}{dr}\right) = 0$$

İntegral alırsak,

$$\frac{du_\theta}{dr} + \frac{u_\theta}{r} = C_1$$

$$r\frac{du_\theta}{dr} + u_\theta = C_1 r$$

$$\frac{d(r u_\theta)}{dr} = C_1 r$$

$$r u_\theta = \frac{C_1 r^2}{2} + C_2$$

$$u_\theta = \frac{C_1 r}{2} + \frac{C_2}{r}$$

$r \to \infty \quad u_\theta \to 0$ (Akışkan sonsuzda durağan olduğundan)

$$C_1 = 0$$

$$u_\theta = \frac{C_2}{r}$$

Silindir yüzeyinde ise,

$r = R \quad u_\theta = R\omega \qquad C_2 = R^2\omega$

$$u_\theta = \frac{R^2\omega}{r}$$